第2卷 第4期 林业科学研究 Vol. 2, No. 4
1989年8月 FOREST RESEARCH Aug., 1989

# 多母体均值检验及其在林业研究中的应用

杨耀仙

（中国林业科学研究院亚热带林业研究所）

**关键词** 多母体均值检验；林业研究；应用

在林业研究的施肥、激素处理、地理种源变异、品种综合性状比较等试验中，都有一些试验因子会使试验目的产生整体性的效应。如某一水平的施肥处理在产生高生长结果的同时，还伴随着胸径的增粗等等。在评价这些处理的整体效果时，一元方差分析往往无能为力，而多母体均值检验则可以克服这种分析缺陷。当前这种分析方法在林业研究领域尚未广泛应用。我们的研究目的是为这种较完善的分析方法应用到林业研究领域中去创造条件。

## 一、多母体均值检验方法

### （一）多母体均值检验数据构成

设有 $k$ 个母体 $G_1$，$G_2$，…，$G_k$，其分布为 $N_m(\mu^{(1)}, V)$，$N_m(\mu^{(2)}, V)\cdots$，$N_m(\mu^{(k)}, V)$，从其中抽取的样本数据以矩阵构成：

$$y^{(1)}{}_{(1)},\ y^{(1)}{}_{(2)},\ \cdots\cdots,\ y^{(1)}{}_{(n_1)} \sim N_m(\mu^{(1)}, V),$$
$$y^{(2)}{}_{(1)},\ y^{(2)}{}_{(2)},\ \cdots\cdots,\ y^{(2)}{}_{(n_2)} \sim N_m(\mu^{(2)}, V)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,$$
$$y^{(k)}{}_{(1)},\ y^{(k)}{}_{(2)},\ \cdots\cdots\cdots,\ y^{(k)}{}_{(n_k)} \sim N_m(\mu^{(k)}, V),$$

且要求 $\{y^{(\alpha)}{}_{(i)},\ i=1,2,\cdots,n_\alpha;\ \alpha=1,2,\cdots,k\}$ 全体独立。

### （二）多母体均值检验原理及计算方法

当以上数据阵存在

令 $H_0$：$\mu^{(1)}=\mu^{(2)}=\cdots\cdots\mu^{(k)}$

在数据阵中，令：$n=\sum_{\alpha=1}^{k} n_\alpha$，

$$Y_\alpha=(y^{(\alpha)}{}_{(1)},\ y^{(\alpha)}{}_{(2)},\ y^{(\alpha)}{}_{(3)},\ \cdots,\ y^{(\alpha)}{}_{(n_\alpha)})',\quad \alpha=1,2,\cdots,k,$$

本文于1988年12月24日收到。

$$Y=(Y_1',\ Y_2'\cdots\cdots,\ Y_k')',\qquad \bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{\alpha=1}^{n_i}y^{(i)}{}_{(\alpha)},$$

$$\bar{y}^{(\alpha)}=\frac{1}{n_\alpha}\sum_{i=1}^{n_\alpha}y_{(i)}{}^{(\alpha)},\qquad \alpha=1,2,\cdots\cdots k.$$

样本各总体总离差阵为

$$W=\sum_{\alpha=1}^{k}Y_\alpha'(I-\frac{1}{n_\alpha}J)Y_\alpha+\sum_{\alpha=1}^{k}n_\alpha(\overline{y^{(\alpha)}}-\bar{y})(\overline{y^{(\alpha)}}-\bar{y})'.$$

令：
$$E=\sum_{\alpha=1}^{k}Y'_{\alpha}(I-\frac{1}{n_\alpha}J)Y_\alpha,$$

$$B=\sum_{\alpha=1}^{k}n_\alpha(\overline{y^{(\alpha)}}-\bar{y})(\overline{y^{(\alpha)}}-\bar{y})',$$

其中$B$——组间离差阵，$E$——组内离差阵，$W$——总离差阵，$J$——元素都为1的矩阵。当$H_0$成立：
$W\sim W_m(n-1,\ V)$，$E\sim W_m(n-k,\ V)$，$B\sim W_m(K-1,\ V)$，且$E$，$B$独立，则Wilks统计量：

$\Lambda=|E|/|B+E|=|E|/|W|\sim\Lambda(m,n-k,k-1)$。

查$\Lambda_\alpha(m,n-k,\ k-1)$表，

如果$\Lambda<\Lambda_{0.05}(m,\ n-k,\ k-1)$推翻$H_0$，处理间有显著差异；$\Lambda<\Lambda_{0.01}(m,\ n-k,\ k-1)$推翻$H_0$，处理间有极显著差异。

如果$\Lambda\geqslant\Lambda_{0.05}(m,\ n-k,\ k-1)$接受$H_0$，处理间无显著差异。

通过计算$E$、$B$、$W$三矩阵中任二个矩阵值就可以进行检验。

## 二、计算程序设计

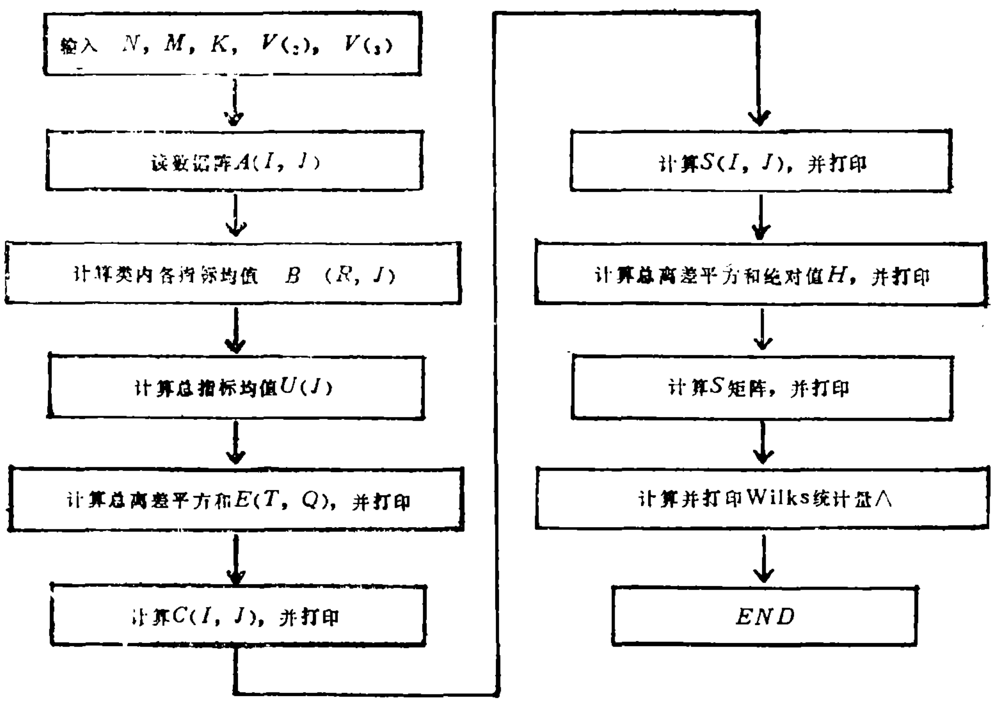
**（一）程序框图**

见图。

**（二）计算程序**[1)]

（略）

1）如需要计算请与作者联系。




程序框图

注：$K$——第$k$次处理；$V(k)$——第$k$次处理样本数；$N$——样本总数；$M$——处理结果系列因子数；$E(T, Q)=W$，$C(I, J)=B$，$S(I, J)=E$.

此处，$T=Q=I=J=1,2,\cdots\cdots M$.

## 三、多母体均值检验实例

采用这种方法应用于余甘子结果母枝特性研究[2]中，对于两母体$G_1$(——处理)和$G_2$(——对照)，各母体均有系列因子(因子样本值有不同程度的相关性)，这些系列因子为：一龄结果母枝长($m=1$)，一龄结果母枝粗($m=2$)，一龄结果母枝结果枝数($m=3$)，结果枝叶数($m=4$)，结果枝长($m=5$)。

试验取样数据阵形式：

$$
G_1\text{中取样}\left\{\begin{matrix} m=1 & m=2 & m=3 & m=4 & m=5 \\ y^{(1)}_{(1,1)} & y^{(1)}_{(1,2)} & y^{(1)}_{(1,3)} & y^{(1)}_{(1,4)} & y^{(1)}_{(1,5)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y^{(1)}_{(n_1,1)} & y^{(1)}_{(n_1,2)} & y^{(1)}_{(n_1,3)} & y^{(1)}_{(n_1,4)} & y^{(1)}_{(n_1,5)} \end{matrix}\right\}
$$

$$
G_2\text{中取样}\left\{\begin{matrix} m=1 & m=2 & m=3 & m=4 & m=5 \\ y^{(2)}_{(1,1)} & y^{(2)}_{(1,2)} & y^{(2)}_{(1,3)} & y^{(2)}_{(1,4)} & y^{(2)}_{(1,5)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y^{(2)}_{(n_2,1)} & y^{(2)}_{(n_2,2)} & y^{(2)}_{(n_2,3)} & y^{(2)}_{(n_2,4)} & y^{(2)}_{(n_2,5)} \end{matrix}\right\}
$$

程序运行结果得：

$$W=\begin{pmatrix} 3\,040.67 & 38.091\,6 & 1\,503.19 & 382.053 & 335.727 \\ & 0.535\,109 & 19.582\,7 & 5.023\,78 & 4.083\,16 \\ & & 992.581 & 196.703 & 149.964 \\ & & & 166.335 & 79.641\,4 \\ & & & & 64.989\,2 \end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix} 2\,363.81 & 32.381\,9 & 1\,203.90 & 245.411 & 202.81 \\ & 0.443\,599 & 16.492\,2 & 3.361\,89 & 2.778\,3 \\ & & 613.152 & 124.989 & 103.292 \\ & & & 25.478\,6 & 21.055\,8 \\ & & & & 17.400\,7 \end{pmatrix}$$

$$E=\begin{pmatrix} 676.856 & 5.709\,73 & 299.286 & 136.642 & 132.914 \\ & 0.091\,507\,6 & 3.090\,47 & 1.661\,89 & 1.304\,86 \\ & & 309.429 & 51.713\,8 & 46.671\,5 \\ & & & 140.857 & 58.585\,6 \\ & & & & 47.588\,5 \end{pmatrix}$$

$\Lambda=|E|/|W|=0.122\,085<\Lambda(m,n-k,K-1)=\Lambda_{0.01}(5,14,1)=0.261\,911$

推翻假设$H_0$，处理极显著。

## 四、多母体均值检验与一元方差分析之间的关系

多母体均值检验得到$B$，$E$矩阵，其相应对角线元素相除的值$F$即对于第$i$个因子：

$Fi=(b(i,j)/f_1)/(e(i,j)/f_2)=f_2b(i,j)/f_1e(i,j)$

近似遵从$F(f_1,f_2)$分布。其中：$i=1,\ 2,\ldots\ldots m$；$f_1=R-1$；$f_2=n-R$.

对样本数据进行重新组合，用实例探讨多母体均值检验与一元方差分析的关系[2]。可见：

1．多母体均值检验把各因子包含于整体中去考虑，而一元方差分析对各因子是分割探讨的。但事实上，林业研究中如施肥试验在使林木高度(因子)增加的同时总伴随另一些结果发生，如胸径增加，根系变化，叶、枝、开花、结实变化。而处理后变化因子中符合研究目的常非唯一的，用材树种施肥处理希望在增大高、径生长同时达到树干通直，经济树木施肥处理在提高产量的同时总希望提高品质等。显然，一元方差分析在综合评价处理结果时是有缺陷的。

2．多母体均值检验优点在于考虑因子之间整体影响时，通过转化(变为它的特例，$m=$某一个因子)，可近似于进行一元方差分析，突出了我们关心的主要目的因子。但应该指出的是单用多母体均值检验处理目的因子又有相互掩盖显著性现象[2]。而一元方差分析对目的因子的分析结果又很难反应整体显著性。

3. 实例分析[2]表明，单因子方差分析显著性程度高的一龄结果母枝长、一龄结果母枝粗、一龄结果母枝结果枝数三因子在整体显著性中起主要作用，它们在因子整体分析（多母体均值检验）中掩盖了不显著或显著性程度低的因子。整体显著性中各因子所起的作用与因子本身显著性有关，单因子 $F$ 值近似方差分析大小顺序：一龄结果母枝粗＞一龄结果母枝长＞一龄结果母枝结果枝数＞结果枝长＞结果枝叶数，这个顺序与它们在整体中降低 $\Lambda$ 值作用大小顺序一致。

## 参考文献

〔1〕张尧庭等，1982，多元统计分析引论，科学出版社，163—172。

〔2〕姚小华等，1989，余甘子结果母枝特性研究Ⅰ.余甘子二龄结果母枝强修剪对一龄结果母枝的影响，林业科学研究 2(2)：155—161。

〔3〕M.肯德尔，1983，多元分析，科学出版社，160—184。

〔4〕张全德等，1985，农业试验统计模型和 BASIC 程序，农业出版社。

# MULTIVARIATE ANALYSIS OF VARIANCE AND ITS APPLICATION IN FORESTRY RESEARCH

Yang Yaoxian

*(The Research Institute of Subtropical Forestry CAF)*

**Abstract** The multivariate analysis of variance is introduced in this paper. The program of multivariate analysis of variance is made with BASIC language and passed on the computer (type: DESKTOP 10/sp). The research on the characteristics of original bearing-shoots of emblic is done with this method. This paper also discussed the relationship between significance of single factor and comprehensive significance of multiple factors.

**Key words** multivariate analysis of variance; forestry research; application