

# 由全林整体生长模型推导林分 密度控制图的方法\*

洪 玲 霞

**摘要** 本文以杉木为例,介绍了由全林整体生长模型推导林分密度控制图的方法。指出由全林整体生长模型推导出的林分密度控制图与由它推导出的多种常用林分表如标准表、正常收获表、不同初植密度林分的自然生长过程表、可变密度收获表等之间是相容的。

**关键词** 全林整体生长模型、林分密度控制图、杉木

林分生长量和收获量是制定森林经营计划和森林采伐量的主要依据。50年代我国开始使用林分标准表和经验收获表等来估测林分的收获量。随着计算工具的发展和研究的深入,又引进了密度指标,编制了可变密度收获表、林分密度控制图以及更复杂的模型体系。它们自成系统,互不相容。因此,在同一林分使用也会有不同输出结果,有些结果偏差较大,给使用者造成困难。

Buckman (1962)、Clutter (1963)、Sullivan 和 Clutter (1972)等先后对生长量模型与收获量模型的相容问题进行了研究,这一问题目前在我国还未引起足够的重视。

模型的相容性包括两方面的内容:(1)同一模型内部各因子之间要合乎逻辑。例如:收获量要等于生长量的积分<sup>[1]</sup>;要满足一些已知的函数关系(例: $G = \pi ND^2/4$ )等。(2)模型间的相容性<sup>[2]</sup>,即描述同一林分的各种数表、图表应出自同一套模型体系,因而得到统一的输出结果。

本文以大青山杉木全林整体生长模型<sup>[3]</sup>为例,介绍计算与该模型完全相容的林分密度控制图的方法。

## 1 全林整体生长模型<sup>[2,3]</sup>简述

### 1.1 基本模型

(1) 断面积  $G$  和地位指数  $L$ 、密度指数  $S$ 、年龄  $t$  的关系:

$$G = b_1 L^{b_2} \{1 - \exp[-b_4 S^{b_3} (t - t_0)]\}^{b_5} \quad (1)$$

$t_0$  为平均树高达到胸高时的年龄,  $t_0 = 2.5$ ;  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$  皆为常数<sup>[3]</sup>。

1993-04-22 收稿。

洪玲霞助理研究员(中国林业科学研究院资源信息研究所 北京 100091)。

\*本文获国家自然科学基金“我国主要人工用材林生长模型、经营模型及优化控制”项目资助。承蒙中国林科院资源信息所唐守正、李希菲老师指导,特此致谢。

$$(2) \text{ 地位指数曲线: } H_u = L \exp(-B/t + B/20) \quad B = 6.73 \quad (2)$$

$$(3) \text{ 优势高和平均高的关系: } \bar{H} = (H_u - a)/b \quad a = 0.65613 \quad b = 1.1717 \quad (3)$$

(4) 形高和平均高的关系:

$$FH = [a + b/(\bar{H} + 2)] \cdot \bar{H} \quad a = 0.45225 \quad b = 1.31334 \quad (4)$$

## 1.2 基本函数式

(1) 密度指数  $S$  和株数  $N$ 、平均直径  $D$  的关系:

$$S = N(D/D_0)^\beta \quad D_0 = 20 \text{ cm} \quad \beta = 1.46 \quad (5)$$

最大密度指数  $S_f = 1616$

$$(2) \text{ 断面积 } G \text{ 和株数 } N、\text{平均直径 } D \text{ 的关系: } G = \pi N D^2 / 40000 \quad (6)$$

$$(3) \text{ 形高蓄积公式: } M = G \cdot FH \quad (7)$$

## 1.3 派生模型

由基本模型及函数关系可以推导出多种派生模型

$$\text{例: (1) } D = C_1 L^{C_2} \{1 - \exp[-b_4 S^{b_5} (t - t_0)]\}^{C_3} S^{C_4} \quad (8)$$

$$(2) N = a_1 L^{a_2} \{1 - \exp[-b_4 S^{b_5} (t - t_0)]\}^{a_3} S^{a_4} \quad (9)$$

等等。

## 2 林分密度控制图的推导方法

林分密度控制图一般由最大密度线、等树高线、等直径线、自然稀疏线、经营管理线组成。下面以立地指数  $L = 14$  为例, 依次介绍这五种线的计算方法。

(1) 最大密度线: 即密度指数为最大 ( $S = S_f$ ) 时, 公顷蓄积  $M_f$  和公顷株数  $N_f$  的关系。

例: 任意给定一个公顷株数  $N_f = 3000$ , 由(5)得  $D_f = (S_f/N_f)^{\frac{1}{\beta}} \cdot D_0$ , 将  $D_f$  代入(6)得  $G_f = \pi N_f D_f^2 / 40000 = \pi D_0^2 / 40000 \cdot S_f^{\frac{2}{\beta}} \cdot N_f^{(1 - \frac{2}{\beta})} = 40.36$ 。

由(1)得  $t = t_0 - \ln \left[ 1 - \left\{ G_f / (b_1 L^{b_2}) \right\}^{\frac{1}{b_5}} \right] / (b_4 S_f^{b_5}) = 19.66$ , 再由(2), (3), (4), (7)得  $M_f = G_f \cdot FH = 40.36 \times 8.59 = 346.69$ 。

这样, 对任一给定的  $N_f$ , 可得到一个与之对应的  $M_f$ , 随着  $N_f$  的变化即可得到最大密度线的散点数据。

(2) 等树高线: 即优势高 ( $H_u$ ) 为一定值时,  $M$  和  $N$  的关系曲线。例:  $H_u = 8 \text{ m}$ , 由(2)得  $t = 6.73 / (\ln 14 - \ln 8 + 6.73/20) = 5.37$ 。当任给一公顷株数  $N = 1200 \text{ 株/hm}^2$  时, 由(9)式得  $S = 257.45$ 。再由(1), (3), (4), (7)得  $M = G \cdot FH = 5.82 \times 3.83 = 22.29$ 。

这样, 随着株数  $N$  的变化, 即可得到优势高为  $8 \text{ m}$  时的等树高曲线。当优势高  $H_u$  取不同值时, 可得到任一优势高的等树高曲线。

(3) 等直径线: 即平均直径  $D$  为一定值时,  $M$  和  $N$  的关系曲线。例:  $D = 8 \text{ cm}$ , 当任给定一公顷株数  $N = 1200 \text{ 株/hm}^2$  时, 由(5)、(6)分别解得  $S = 314.91$ 、 $G = 6.03$ , 代入(1)得  $t = 5.52$ ; 再由(2)、(3)、(4)、(7)可得  $M = G \cdot FH = 6.03 \times 3.95 = 23.82$ 。

这样, 随着  $N$  的变化, 即可得到平均直径  $D$  为  $8 \text{ cm}$  时的等直径线。同理可得到任一

直径的等直径线。

(4) 自然稀疏线。大青山杉木的自然稀疏方程<sup>[6]</sup>如下:

$$d \ln N(t)/d \ln D(t) = -\beta(S(t)/S_1)^r \quad r=3.2 \quad (10)$$

$$\text{经简化可得 } N^r = (S_1^r - S^r(t))/\delta \quad (11)$$

$\delta$  是由初始条件决定的积分常数。推导过程见参考文献[5]。

设给定初始条件  $N_1=2000$  株/hm<sup>2</sup>,  $t_1=5$ , 将  $N_1, t_1$  代入(9)式, 解出未知数  $S$  (记为  $S_1$ ),  $S_1=465.11$ 。将  $S_1, t_1, L=14$  代入(1)得:  $G_1=G(L, S_1, t_1)=8.52$ 。由(11)得

$$N^r(t)/N_1^r = (S_1^r - S^r(t))/(S_1^r - S_1^r) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{又因 } S &= N(D/D_0)^\beta = N \cdot (1/D_0)^\beta \cdot [40000 \cdot G/(\pi N)]^{\beta/2} \\ &= [40000/(\pi D_0^2)]^{\beta/2} N^{(2-\beta)/2} \cdot G^{\beta/2} \end{aligned}$$

$$\text{则 } S/S_1 = (N/N_1)^{(2-\beta)/2} (G/G_1)^{\beta/2} \quad (13)$$

将(12)式代入(13)式得:

$$S(t) = S_1 [(S_1^r - S^r(t))/(S_1^r - S_1^r)]^{(2-\beta)/(2r)} (G(S(t) \cdot t)/G_1)^{\beta/2} \quad (14)$$

当任给一时间  $t$ , 例如  $t=7$  时, 由(14)利用叠代的方法可求得  $S(t)=S(7)=624.88$ , 再由(1), (2), (3), (4), (7)得  $M=G \cdot FH=12.81 \times 4.94=63.28$ 。

这样, 当任一初始条件  $N_0, t_0$  给定后, 随着时间  $t$  的变化, 可得到初始条件为  $N_0$  的自然稀疏线。

(5) 经营管理线: 是为了供营林工作者参考而在密控图上画的一些近似平衡于最大密度线的等比线。一般有等比产量线、等疏密度线、等相对于距比等<sup>1)</sup>。本文采用等疏密度线作为经营管理线, 即林分总断面积  $G$  与最大密度林分的总断面积  $G_f$  之比为一定值( $J$ )时,  $M$  和  $N$  的关系曲线。

例:  $J=G/G_f=0.8$ , 任给一时间  $t=5$ , 由(1)得:  $G_f=G_f(L \cdot S_f \cdot t)=28.73$ , 则,  $G=J \cdot G_f=22.98$ 。

又因:  $G/G_f = b_1 L^{b_2} \{1 - \exp[-b_4 S^{b_3}(t-t_0)]\}^{b_5} / G_f$ , 则,  $S = \ln \{1 - [(J \cdot G_f)/(b_1 L^{b_2})]^{1/b_5}\} / [-b_4(t-t_0)] = 1280.39$ , 由(9)得  $N = N(L \cdot S \cdot t) = 5805.2$ , 再由(2)、(3)、(4)、(7)得  $M = G \cdot FH = 81.12$ 。

这样, 随着时间  $t$  的变化, 即可得到疏密度为0.8的等疏密度线。同理可得任一疏密度的等疏密度线。

### 3 模型间的相容性

以往的林分密度控制图和生长过程表的编制是出自两套不同的模型体系, 虽然两者的精度都很高, 但差异还是较大。例如: 从某地区的杉木生长过程表中查得: 立地指数=16, 年龄=20 a, 优势高=15.9 m, 平均直径=14.66 cm, 株数=2384 株/hm<sup>2</sup> 的林分, 每公顷蓄积量为287.6 m<sup>3</sup>。从同一地区的杉木林分密度控制图上查得该林分若为实生林, 则公顷蓄积为247.15 m<sup>3</sup>, 若该林分为插条林, 则公顷蓄积为251.58 m<sup>3</sup>。公顷蓄积最大相差40.45 m<sup>3</sup>, 相对误差为15%, 这就给使用者造成了困难。本文编制的杉木林分密度控制图与杉木生长过

1) 姜文南, 林分密度控制图的理论、编制及应用, 中国林业科学研究院林业研究所, 1984。

程表出自同一套模型体系, 因而解决了上述问题(表 1)。

表 1 密控图与生长过程表的对照(立地 = 14)

项 目	年 龄 (a)	蓄 积 (m <sup>3</sup> )	断 面 积 (cm <sup>2</sup> )	优 势 高 (m)	平 均 高 (m)	平 均 径 (cm)	株 数 (株)	密 度 指 数
点 (1)		150		12.5		10.2	3 300	
自然生长	15	155.5	27.40	12.5	10.1	10.2	3 337	1 253
点 (2)		140		10.0		8.2	6 000	
等密度指数	10	146.0	31.36	10.0	8.0	8.2	5 946	1 616
点 (3)		83		10.0		8.7	3 000	
等株数生长	10	83.4	17.90	10.0	8.0	8.7	2 999	892
点 (4)		78		8.5		7.7	4 100	
定期间伐	8	77.9	19.38	8.5	6.7	7.7	4 136	1 031

注: 点(1), (2), (3), (4)为图 1 中的点(1), (2), (3), (4); 因篇幅所限, 仅列出 4 个点的值为例, 四种生长过程表略; 从密控图上查得蓄积为近似值, 精确值可由模型算出, 其值与生长过程表中所列的值相同。

#### 4 精度验证

本研究从大青山实验局 1990、1991 两年的杉木固定标准地的调查资料中挑选出未经人为干扰的标准地资料 51 块, 对等树高和等直径线所计算的理论蓄积量与用广西地区二元材积表所得的实测蓄积量进行了比较, 其结果见表 2。

表 2 精度验证

(单位: m<sup>3</sup>)

立地指数	样地块数	材 积 表	等直径线	等树高线	(MD + MUH)/2
		M	MD	MUH	ME
8	2	22.30	24.38	18.76	21.57
10	8	71.68	70.13	75.70	72.92
12	14	102.05	103.43	102.25	102.84
14	21	131.79	121.34	146.61	133.98
16	6	212.60	202.48	210.63	206.55
均 值		108.08	104.35	110.79	107.57
平均误差(%)			3.58	2.44	0.48
F 值			5.3	0.29	0.97

注:  $F_{0.05}(2,3) = 9.55$ 。

另又作了回归方程适应性检验<sup>[6]</sup>。设  $y = a + bx$ ,  $y$  为实测值,  $x$  为估计值。求出  $a$ ,  $b$  值后再作假设检验, 设  $H_0: a = 0, b = 1$ , 检验结果见表 2 中末行, 由表 2 中可知, 3 个  $F$  值均小于  $F_{0.05}(2, 3)$ , 即差异不显著, 因而可接受假设, 模型无系统偏差。

#### 5 结论

(1) 从大青山杉木全林整体生长模型推导的大青山杉木林分密度控制图与由大青山杉木

全林整体生长模型推导的所有林分表是相容的。

(2) 以往要编制林分立地指数的林分密度控制图需要大量不同立地指数的样地资料, 而全林整体生长模型可用相对较少的资料建模, 且可由它推导出任何立地指数的林分密度控制图。本文以立地指数14、20为例, 绘出两幅大青山杉木林分密度控制图(图1、2)。

(3) 由表3可见, 同一地区、同一树种, 立地指数不同, 当优势高较大时, 相同株数的林分蓄积量的差异还是很大的。以往的林分密度控制图不分立地指数, 因而影响了精度。

表3 不同立地指数的公顷蓄积比较

(单位:  $m^3$ )

优势高	株数	蓄积 (立地=14)	蓄积 (立地=16)	误差	相对误差 (%)
6	2000	20.00	20.60	-0.6	3.0
	2500	24.55	25.30	-0.75	3.0
	3000	29.13	30.15	-1.02	3.4
	3500	33.66	34.85	-1.19	3.5
	4000	38.15	39.49	-1.34	3.5
均值	—	—	—	-0.96	3.28
8	2000	35.35	35.98	-0.63	1.8
	2500	43.58	44.39	-0.81	1.8
	3000	51.70	52.65	-0.95	1.8
	3500	59.67	60.82	-1.15	1.9
	4000	67.45	68.85	-1.40	2.1
均值	—	—	—	-0.99	1.88
10	2000	57.21	55.76	1.45	2.6
	2500	70.57	68.66	1.91	2.7
	3000	83.41	81.40	2.01	2.4
	3500	95.89	93.85	2.04	2.2
	4000	107.89	105.96	1.93	1.8
均值	—	—	—	1.87	2.34
12	2000	89.23	80.89	8.34	9.8
	2500	109.16	99.53	9.63	9.2
	3000	128.48	117.64	10.84	8.8
	3500	145.90	135.09	10.81	7.7
	4000	161.20	151.46	9.71	6.2
均值	—	—	—	9.87	8.34
14	2000	138.69	112.96	25.73	20.7
	2500	167.24	138.60	28.64	18.4
	3000	191.09	162.91	28.18	15.9
	3500	209.71	185.16	24.55	12.4
	4000	223.68	205.00	18.68	8.7
均值	—	—	—	25.16	15.22
16	2000	217.96	154.45	63.51	34.1
	2500	246.91	188.10	58.81	27.0
	3000	265.35	218.18	47.17	19.5
	3500	273.89	243.55	30.34	11.7
均值	—	—	—	49.96	23.08

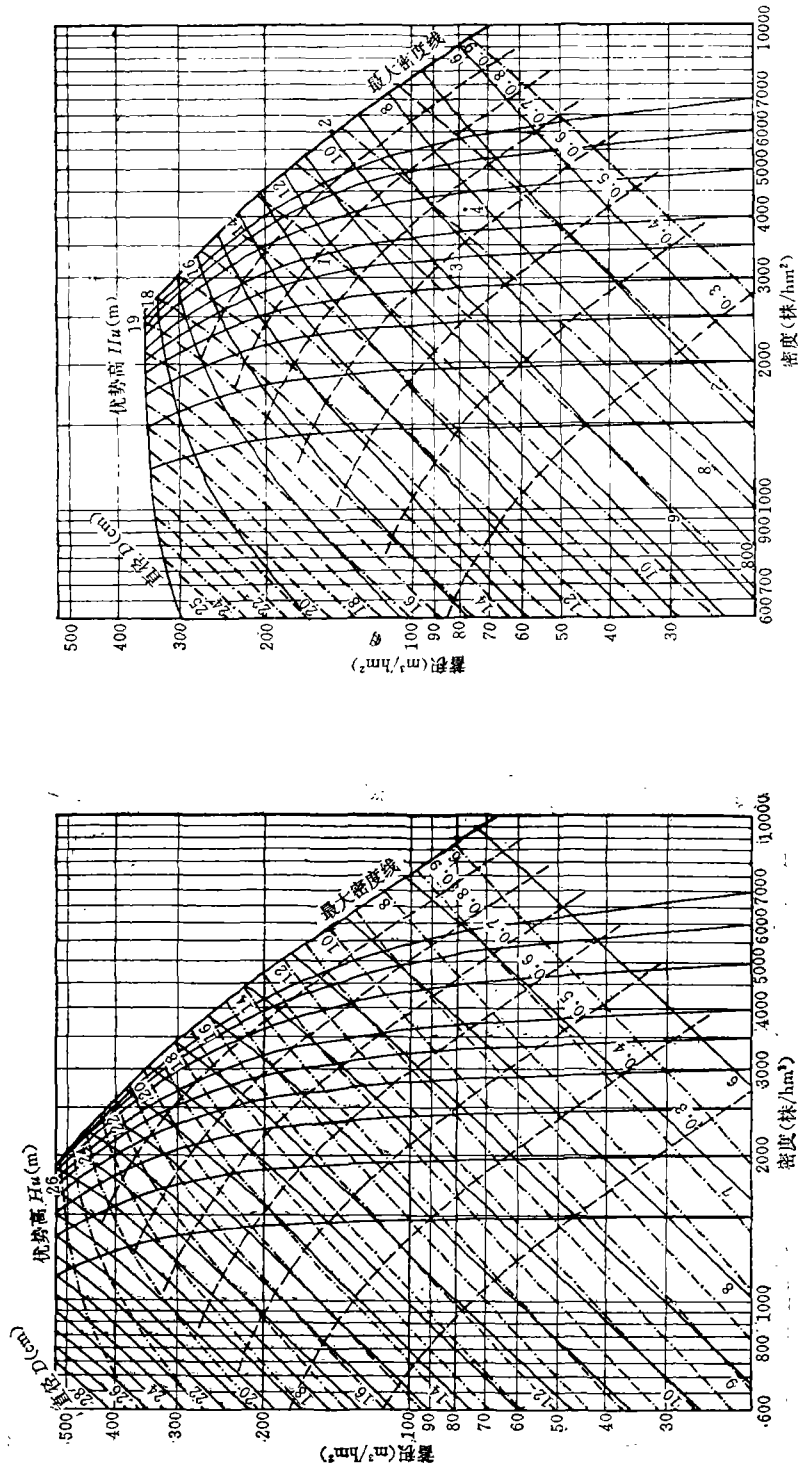


图 1 杉木林分密度控制图(立地指数 = 14)

图 2 杉木林分密度控制图(立地指数 = 20)

