

# 自动调控树高曲线和一元立木材积模型\*

李希菲 唐守正 袁国仁 班德昌

**摘要** 吉林延边地区目前所用一元立木材积表的误差,主要来源于估计各径阶高的误差。本文以双曲线为例,介绍三种多元树高曲线模型;称为自动调控树高曲线。在测定小班(或样地)直径分布时,同时测定小班(或样地)的断面积平均高,由此计算树高曲线,进而得到相应的一元立木材积表。其首选自动调控树高曲线式: $H = H_m \cdot D / [D + (H_m / H_g - 1) D_g]$ 。此式导出的一元材积表,经验证与实测材积的误差比原地区一元材积表减少约50%。

**关键词** 自动调控、树高曲线、一元立木材积模型

吉林省延边地区目前所用一元立木材积表,系1991年由原吉林省二元材积式和树高曲线推出,三年来在生产中应用表明有较大误差。利用该地区实测标准木样地46块,对该材积表检验表明:只有34.8%的样地蓄积误差小于5%,而蓄积误差大于10%的样地占23.9%,最大误差可达25%。若样地内分别树种计算材积,误差更大。因此有必要分析一元立木材积表(以下可简称一元表)的误差来源及修正方法。

## 1 资 料

延边地区10个林业局实测标准地46块,标准地内每木实测胸径、树高、材积。另有测高标准地137块,标准地内每木测胸径和树高。标准地面积不等,株数100~200株。

## 2 一元立木材积表误差原因分析

一元表的误差主要来自于估计各径阶高的误差,因此,当材积表用于样地(或小班、伐区等单位)时,必须分析样地内各径阶高的差异及样地间各径阶高变动差异的关系。当样地内与样地间差异不大时,在同一地区可使用相同的一元表,当两者相差较大时,必须考虑不同样地使用不同的一元表。记: $y_{ij}(x)$ 为 $x$ 径阶第 $i$ 样地第 $j$ 株树的实高; $y_i(x)$ 为 $x$ 径阶第 $i$ 样地的平均高(或树高曲线高); $y(x)$ 为 $x$ 径阶总平均高(或统一曲线高); $n_i(x)$ 为 $x$ 径阶第 $i$ 样地株数; $m(x)$ 为 $x$ 径阶的样地数; $n$ 为总株数。则由方差分析得知,各径阶树高总离差平方和:

$$SS = \sum_{x=1}^k \sum_{i=1}^{m(x)} \sum_{j=1}^{n_i(x)} [y_{ij}(x) - y(x)]^2$$

$SS$  分解成二部分,即  $SS = SSE + SSB$ ;  $SSE = \sum_{x=1}^k \sum_{i=1}^{m(x)} \sum_{j=1}^{n_i(x)} [y_{ij}(x) - y_i(x)]^2$  为按径阶样地内树高离差平方和;  $SSB = \sum_{x=1}^k \sum_{i=1}^{m(x)} [y_i(x) - y(x)]^2 \cdot n_i(x)$  为样地间树高离差平方和。

1994-05-25 收稿。

李希菲副研究员,唐守正(中国林业科学研究院资源信息研究所 北京 100091);袁国仁,班德昌(吉林省延边朝鲜族自治州林业管理局)。

\* 本文部分研究获1992年国家自然科学基金项目“我国主要用材人工林生长模型、经营模型及优化控制”的资助。

当  $SSB$  相对于  $SSE$  很小时(或  $SS$  接近  $SSE$  时)可以用同一树高曲线来代表所有样地的树高和直径关系,该地区可以使用相同一元表。反之,当  $SSB$  相对于  $SSE$  较大时,不能用同一树高曲线来建立一元表,延边地区分别树种计算的按径阶树高方差分析结果见表 1。

表 1 样地间树高方差分析

树 种	样地间差	自由度	样地内差	自由度	F 值
红 松	16 581.76	446	6 917.56	1 959	10.53
云 杉	22 597.62	333	3 923.98	2 758	47.70
臭 松	10 780.70	210	3 998.01	2 022	25.96
落 叶 松	22 102.50	120	6 169.36	1 999	59.68
柞 树	44 457.40	536	13 680.78	4 075	24.71
枫 桦	9 483.53	265	3 272.81	1 784	19.51
椴 树	25 166.12	591	11 671.94	3 703	13.51
水 曲 柳	13 145.44	296	3 008.23	1 512	22.32
胡 桃 楸	4 077.00	151	1 101.26	699	16.40
黄 菠 萝	348.07	67	200.58	251	6.50
杨 树	15 319.00	220	3 636.17	1 797	34.41
色 树	14 802.11	408	9 205.21	3 453	13.61
榆 树	11 042.40	327	4 659.70	1 915	13.88
白 桦	38 184.04	227	9 145.68	2 716	49.95
杂 木	2 662.17	74	2 718.50	1 594	21.09
全 部	250 750.00	4 520	83 309.86	32 207	21.54

注:红松 *Pinus koraiensis* Sieb. et Zucc., 云杉 *Picea asperata* Mast., 臭松 *Abies nephrolepis* Maxim., 落叶松 *Larix* spp., 柞树 *Quercus mongolica* Fisch., 枫桦 *Betula costata* Trautv., 椴树 *Tilia* spp., 水曲柳 *Fraxinus mandshurica* Rupr., 胡桃楸 *Juglans mandshurica* Maxim., 黄菠萝 *Phellodendron amurense* Rupr., 杨树 *Populus davidiana* Dode., 色树 *Acer mono* Maxim., 榆树 *Ulmus* spp., 白桦 *Betula platy phylla* Suk.。

由表 1 可见,样地间树高方差显著大于样地内树高方差,说明同一树种直径相同的树木,在样地内的平均高随不同样地有很大变化,因此不同样地应使用不同的树高曲线。

### 3 树高曲线选型

原延边地区采用的树高曲线为唐守正<sup>[1]</sup>1976 年提出的双曲线型:  $H = a_1 + [b_1 / (D + c_1)]$ ; 现广泛使用的还有舒马克型<sup>[2]</sup>:  $H = a_2 + \exp(-b_2 / D)$ ; 理查德型<sup>[3]</sup>:  $H = a_3 + [1 - \exp(-b_3 D)]^{c_3}$ ; 其中  $H$ —树高,  $D$ —直径,  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, a_3, b_3, c_3$  为参数。理查德型构造较复杂,据经验,对树高曲线多数情况不如舒马克型好。本研究应用测高样地对双曲线型和舒马克型拟合共建立了 823 条树高曲线,用回归相关比  $RR$  作为比较准则进行比较,回归相关比定义为  $(1 - \text{剩余方差}) / \text{高方差}$ ,回归相关比越高表明曲线拟合效果越好,一般不存在一种模型绝对优于另一种模型,采用符号检验方法<sup>[4]</sup>,平均相关系数,和相关系数的方差三个指标比较两种模型的优劣(表 2),表 2 第 1 行优先数是符号检验结果。符号检验原理如下:对某一样本,若其双曲型树高曲线的  $RR_1$  大于舒马克曲线的  $RR_2$ ,则称双曲型优于舒马克型,表中数字表示共有 585 个样本双曲型优于舒马克型,228 个样本舒马克型优于双曲线型,记  $n = 585 + 228 = 813$ ,是有差异的总样本数,由统计理论知:当  $(585, 228)$  中较大数字 585 大于  $435 = [(n + 1) / 2]$

+0.98  $\sqrt{n+1}$ ]时,有95%的把握断言双曲线树高曲线优于舒马克型树高曲线。表2的下两行数字说明,双曲型树高曲线平均相关系数较高,且相关系数的变动范围较小,因原吉林树高曲线是应用双曲型,所以本次采用双曲型树高曲线为进一步研究的起点。

表2 高曲线型优劣比较

	双曲型	舒马克
优先数	585	228
平均相关系数	0.884 0	0.865 8
相关系数方差	0.019 0	0.020 1

### 4 自动调控树高曲线模型

对样地资料分别树种配置双曲型树高曲线,对其三参数  $a, b, c$  分别进行方差分析,其因子包括:林业局(或县)、树种、起源、平均直径级、平均树高级。分析结果表明: $a$  值与树种有密切关系; $b$  与  $c$  都与局和树种无关。除树种外,影响树高曲线的重要因素是平均直径和平均高,因此决定分树种组(不分局)编制树高曲线,用平均直径和平均高自动调控。自动调控树高曲线是树高级树高曲线的进一步发展,和确定树高级类似,在测定小班或样地直径分布时,同时测定林分的断面积平均高,由此来计算树高曲线,进而得到相应的各径阶一元立木材积表。现以双曲线型为例,介绍三种自动调控树高曲线类型。

#### 4.1 经验型

双曲型树高曲线  $H = (a+b)/(D+c)$ ,其中  $a, b, c$  值都是断面积平均直径  $D_g$  和断面积平均高  $H_g$  和直径变动系数  $F_c$  的函数: $a = f_1(D_g, H_g, F_c)$ ;  $b = f_2(D_g, H_g, F_c)$ ;  $c = f_3(D_g, H_g, F_c)$ 。首先对全部样地、全部树种分别建立双曲型树高曲线,对第  $i$  样本得到  $a_i, b_i, c_i$  和  $D_{gi}, H_{gi}$  和  $F_{ci}$  ( $i=1 \dots N$ )。然后用此结果寻找三个函数关系类型,再将这三个关系类型代回双曲型树高曲线,得到自动调控树高曲线模型类。再用原样本数据估计此类型的参数,得到自动调控树高曲线模型,对于延边地区的数据,综合各种类型函数筛选结果为:

$$a = a_1 + a_2 H_g + a_3 D_g; \quad b = a_4 + a_5 D_g; \quad c = D_g$$

$H_g$ —断面积平均高,  $D_g$ —断面积平均直径,  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  参数。将上式代入双曲型函数后得到自动调控树高曲线形式为:

$$\text{模型 I: } H = a_1 + a_2 H_g + a_3 D_g + (a_4 + a_5 D_g) / (D + D_g)$$

延边地区6个树种组的回归系数见表3。

表3 模型 I (经验组合双曲)系数

树 种(组) <sup>①</sup>	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
红、云、臭	19.828 2	0.846 7	0.023 5	-35.164 2	-11.978 5
落叶松	20.244 1	0.838 2	0.116 9	-39.491 0	9.394 5
水、榆、杨、白、椴	16.138 5	0.920 5	0.015 4	-30.141 7	-7.255 9
黄、胡、枫	18.280 3	0.654 3	0.045 5	-26.116 9	-46.283 2
柞	13.470 5	0.881 8	0.002 0	-22.414 4	-28.660 2
色、杂	14.549 1	0.901 1	0.046 5	-28.847 3	10.702 1

①红、云、臭分别为红松、云杉、臭松;水、榆、杨、白、椴分别为水曲柳、榆树、杨树、白桦、椴树;黄、胡、枫分别为黄菠萝、胡桃楸、枫桦;色、杂分别为色树、杂木,(下同)。

4.2 理论类型

将双曲线型树高曲线公式改写成: $H=(b+ac+aD)/(D+c)$ 。当  $D=0$  时, $H_0=(b+ac)/c$ ,表示直径为 0 时的理论高,一般应在 0 上下变动。令它为 0,将其简化为: $H=aD/(D+c)$ ... (1),当  $D \rightarrow \infty$  时, $H_m=a$ ,是双曲线的渐近线,是理论上的极限高度,当  $D=D_g$  时,应有  $H_g=(aD_g)/(D_g+c)$ ,因而  $c=(a/H_g-1)D_g=(c_r-1)D_g$ ;其中  $c_r=a/H_g=H_m/H_g$ ... (2)表示理论极限高度与断面积平均高的比值,此式给出了双曲式中  $c$  的生物学意义,实际计算结果, $c_r$  大多在 2 左右,这也是在经验型公式中  $c$  近似等于林分平均直径的原因。将上述结果代回(1)式,得到简化的理论型自动调控树高曲线公式

$$\text{模型 I: } H=H_m \cdot D/[D+(H_m/H_g-1)D_g]$$

式中  $D$  为单木直径, $H$  为该单木估计高, $H_g$  为该小班(或样地)断面积直径平均高, $D_g$  为断面积平均直径,延边地区天然林各树种  $H_m$  值由表 4 给出。上式只有一个需要估计的参数  $H_m$ 。

表 4 模型 I 极限高

树种(组)	极限高 $H_m$
红、云、臭	35.66
落叶松	42.29
水、榆、杨、白、椴	28.82
黄、胡、枫	25.01
柞	29.40
色、杂	24.04

4.3 近似方法

将已有标准树高曲线转换成单形自动调控树高曲线族,设原有某地区某树种的树高曲线  $H=a+b/(D+c)$ ,其中  $a,b,c$  值已知,那么单形自动调控树高曲线为

$$\text{模型 II: } H=[a+b/(D+c)]H_g$$

模型 II 虽然复杂,但不必重设样地估计参数,因为它未对参数  $c$  进行调控,可能精度稍低,但建模花费最小,由以后的精度比较中可知,它的精度与前两种方法比相差不多,因而也是一种值得推荐的权宜之法。

4.4 对照模型

为分析地区间模型系数对精度的影响,采用模型 I,但不再同样地重新估计系数  $H_m$ ,而用原延边地区分局估计的各树种  $a$  值,称为模型 IV。

$$\text{模型 IV: } H=H_m \cdot D/[D+[(H'_m/H_g)-1]D_g]$$

其中各局、各树种  $H_m$  值见表 5。

表 5 10 个林业局模型 4(简化双曲—原延边)极限高  $H'_m$

树种(组)	白河	八家	敦化	大石	大兴	浑春	和龙	黄泥	天桥	汪清
红、云、臭	38.95	54.38	37.14	48.82	38.60	38.60	53.77	53.83	39.94	39.58
落叶松	38.95	54.38	37.14	48.82	38.60	38.60	53.77	53.83	39.94	39.58
水、榆、杨、白、椴	32.18	33.30	28.64	28.58	27.48	27.48	28.96	27.96	28.23	27.27
黄、胡、枫	32.18	33.30	28.64	28.58	27.48	27.48	28.96	27.96	28.23	27.27
色、杂	22.64	26.01	23.38	24.71	21.40	21.40	21.59	26.13	20.39	27.35
柞	22.43	22.67	25.71	20.43	19.46	19.46	23.33	24.62	20.11	20.67

原延边地区树高曲线(分局、分树种组)为模型 V。

5 五个模型优劣比较

从三方面来比较,(1)树高曲线和实测高的差异,用下述两个指标比较:

指标 1:平均剩余标准差(表 6)。由表可见前四种模型剩余标准差基本相同,明显优于模型 V,即比原延边地区树高曲线误差减少约 40%。

指标 2:以剩余方差为标准的符号比较。表 7 是符号检验的结果。此法基于下述原理:例如表中第 4 行第 1 列数字 464(记为  $n_1$ )表示有 464 个样本用模型 IV 得到的树高曲线的剩余方差小于用模型 I 得到的树高曲线的剩余方差。而第 1 行第 4 列的数字 338(记为  $n_2$ )表示有 338 个样本模型 I 的剩余方差小于模型 IV 的剩余方差。令  $n=n_1+n_2=802$ ,

则当  $n_1 > (n+1)/2 + 0.98 \sqrt{n+1}$  时,可有 95% 的可靠性断言模型 IV 优于模型 I。这就是符号检验法<sup>[4]</sup>。由表 7 可对五个模型排出下列优劣次序:模型 IV > 模型 II > 模型 III > 模型 I > 模型 V。其中,>表示“优于”;≥表示可靠性不足 95%的“优于”。

(2)由树高曲线导出的一元表和二元表之差:用符号检验法采用两种指标:第一种是每个样地内分别树种计算单株材积差绝对值,然后按树种求平均,平均差小的模型优于平均差大的模型;第二种指标是样地内各树种平均材积差的绝对值,平均材积绝对差小的优于平均材积绝对差大的模型。其结果见表 8。

表 8 不同模型一元表与二元表比较

比 较	模 I	模 II	模 III	模 IV	模 V
单株材积绝对差符号检验	模 I	340	370	347	673*
	模 II	434*	432*	376	682*
	模 III	414	348	365	663*
	模 IV	432*	389	402	701*
	模 V	122	111	123	90
树种平均材积绝对差符号检验	模 I	282	334	320	696*
	模 II	499*	408*	406	707*
	模 III	462*	375	383	703*
	模 IV	469*	379*	394	714*
	模 V	102	90	94	83
平均材积误差	0.000 8	-0.001 1	-0.001 1	0.001 5	0.022 6
剩余标准差	0.021 7	0.016 5	0.017 2	0.019 1	0.093 1

表 6 平均剩余标准差

模型 I	模型 II	模型 III	模型 IV	模型 V
1.85	1.87	1.86	1.86	3.02

表 7 5 种模型树高曲线符号检验

比较	模型 I	模型 II	模型 III	模型 IV	模型 V
模 I		392	394	338	699*
模 II	410		442*	366	697*
模 III	408	360		351	748*
模 IV	464*	435*	451*		754*
模 V	103	105	54	88	

\*示差异显著,下同。

表 9 不同模型一元表与实测材积比较

比 较	模 I	模 II	模 III	模 IV	模 V
单株材积绝对差符号检验	模 I	81	77	86	122*
	模 II	98	97	96	137*
	模 III	101	76	92	139*
	模 IV	92	77	89	144*
	模 V	59	45	43	39
树种平均材积绝对差符号检验	模 I	77	81	89	131*
	模 II	103*	100	103	137*
	模 III	103*	81	98	136*
	模 IV	93	75	82	139*
	模 V	52	46	48	45
平均材积误差	0.001 0	0.001 8	-0.005 3	0.004 7	-0.006 1
剩余标准差	0.082 1	0.080 0	0.162 7	0.075 3	0.077 5

表 8 中列出各种模型导出的一元材积表与二元材积表的平均误差和剩余标准差。由上述符号检验结果,对 5 种模型综合排优如下:

模型 II > 模型 IV ≥ 模型 III > 模型 I > 模型 V

(3)导出的一元材积表与实测材积之差,结果见表 9。分析方法与指标同上,只是样地数量较少,因而灵敏度低,其优劣排序如下:

模型 II ≥ 模型 III ≥ 模型 IV ≥ 模型 I > 模型 V

通过多种比较,得到基本类似的结果,结论为模型Ⅰ最好,模型Ⅲ可作为备选模型。表7到表9还可看出由模型Ⅰ、Ⅲ构造的自动调控一元材积表比原模型Ⅴ构造的材积表精度有了较大幅度的提高。

## 6 模型Ⅱ构造一元材积表的误差分析

由表8~11可知,共有88.5%样地蓄积误差小于5%,而误差大于10%的仅1%左右,若按树种计,误差小于5%的样地占86.7%,大于10%的也约占1%,对照二元材积表误差,可大致猜测自动调控一元材积表的精度按样地计约相当于二元材积表的精度,该结论可由表12、13知。由表9可见,自动调控一元表相对于实测材积的误差,比原延边地区一元表约减少50%。

表10 自动调控一元材积表  
相对二元材积表误差分布(按样地统计)

误差范围(%)	样地数
-15~-10	1
-10~-5	3
-5~0	78
0~5	84
5~10	16
10~15	1
合 计	183

表11 自动调控一元材积表  
相对二元材积表误差分析(分树种)

误差范围(%)	树种数
-0.20~-0.15	1
-0.15~-0.10	3
-0.10~-0.05	51
-0.05~0	367
0~0.05	325
0.05~0.10	47
0.10~0.15	4
合 计	798

表12 自动调控一元材积表  
与实测材积相对误差(样地)

误差范围(%)	样地数
-0.15~-0.10	1
-0.10~-0.05	4
-0.05~0	10
0~0.05	18
0.05~0.10	12
0.10~0.15	1
合 计	46

表13 实测样地二元材积表  
相对误差分配

相对误差(%)	样地数
-10~-5	4
-5~0	10
0~5	24
5~10	5
10~15	3
合 计	46

## 7 结 论

(1) 首选自动调控树高曲线式为:

$$H = H_m \cdot D / [D + (H_m/H_g - 1)D_g]$$

(2) 自动调控一元材积表由自动调控树高曲线和二元材积表导出,延边地区天然林二元材积式为山本式,因而自动调控一元材积表公式为:

$$V = aD^b \{H_m D / [D + (H_m/H_g - 1)D_g]\}^c$$

可使用1991年吉林省林业厅颁延边地区主要树种二元材积式。各树种二元材积式系数略。

(3)根据本次实验数据,自动调控一元材积表相对于实测材积,全州平均误差约0.4%。多数样地(60%以上)误差在5%以内,绝大多数样地(95%以上)误差不超过10%,最大误差不超过15%。

(4)由剩余标准差看,自动调控一元材积表对实测材积误差比原延边地区一元材积表误差缩小约一半,是值得推广应用的方法。

### 参 考 文 献

- 1 唐守正. 长白山区树高曲线的配制. 林业勘查设计, 1980, (3): 26~27.
- 2 胡希 B, 米勒 C I, 比尔斯 T W (测树学翻译组译). 测树学. 北京: 农业出版社, 1979.
- 3 克拉特 J L, 弗尔森 J C, 皮纳尔 L V, 等 (范继洲, 关玉秀, 于正中, 等译). 用材林经理学. 北京: 中国林业出版社, 1991.
- 4 中国科学院数学研究所概率统计室. 常用数理统计表. 北京: 科学出版社, 1974.

## Self-adjusted Height-Diameter Curves and One-entry Volume Model

*Li Xifei    Tang Shouzheng    Yuan Guoren    Ban Dechang*

**Abstract** It is proved that the error of one-entry volume tables presently used in Yanbian District, Jilin Province mainly comes from the estimate error of the average heights in diameter classes. Three types of multi-entries height-diameter model, named self-adjusted height-diameter curves, are introduced in this paper. The mean height of basal area are measured while the diameter distribution is measured for one subcompartment (or plot). Height-diameter curve will be estimated from the mean height and diameter distribution, and then an one-entry volume model will be obtained.

The results of the research show that the first choice of the type of height-diameter curves is the reduced hyperbolic type,

$$H = H_m \cdot D / [D + (H_m / H_g - 1) \cdot D_g] \quad (1)$$

where  $D$ —diameter of a tree,  $H$ —its estimated height,  $H_g$ —mean height of basal area,  $D_g$ —basal area average diameter,  $H_m$ —height limitation (parameter). The self-adjusted one-entry volume models corresponding to equation (1) are developed. The results show that the error of self-adjusted one-entry models is 50% less than that of the present one-entry volume tables used in Yanbian District.

**Key words** self-adjusted, tree height curve, one-entry volume table

---

Li Xifei, Associate Professor, Tang Shouzheng (The Research Institute of Forest Resources Information and Technique, CAF Beijing 100091), Yuan Guoren, Ban Dechang (The Yanbian Bureau of Forestry, Jilin Province).