

# 林分直径结构模型的研究\*

惠刚盈 盛炜彤

**摘要** 通过理论分析与实际验证提出了一种新的林分直径分布预测方法 L-PRM。其基本思想是:将林分中大小不同的林木分布规律视为生物种群分布问题,用著名的种群动态模型——Logistic 方程来表示林分直径分布;采用两点回收、差分还原的途径实现林分结构的预测。L-PRM 在杉木人工林中得以验证,其预估林分直径分布的合格率达 88% 以上。

**关键词** 林分直径结构模型、Logistic 方程、杉木人工林

林分直径分布模型可提供林分中各径级木的株数信息,这对于不同材种的整合经营相当重要,同时是准确评价营林措施的基础,也是制定合理主伐年龄的基础,可见它是经营模型中的核心模块。随着森林经营集约化程度的提高,直径分布模型受到普遍重视并获得不断发展。

## 1 问题的提出

林分直径结构反映了各径级木的株数分布,其规律性很早就受到林学家们的关注<sup>[1]</sup>。关于直径分布的研究,大体上可分为两个阶段,即静态拟合阶段和动态预测阶段<sup>[2]</sup>。在静态拟合阶段(70 年代前),起初的研究大都侧重于相对(累计)频率,如 Fekete<sup>[1]</sup>用不同断面平均直径计算了云杉林的相对累计频率,之后,Schiffel 在 Fekete 方法基础上,用相对直径反映云杉林直径分布一般规律。然而由于这一方法拟合的精度太低<sup>[1]</sup>而未得到进一步发展。取而代之的是用概率密度函数,如正态分布、对数正态分布、 $\gamma$  分布、 $\beta$  分布和 SB 分布以及被广泛应用的 Weibull 分布等等,来表征径级株数的分布规律。在动态预测阶段(70 年代后),采用了参数预测(PPM)、参数回收(PRM)以及概率转移矩阵等技术建立林分直径结构动态预测模型<sup>[2]</sup>等。

概率转移矩阵模型是建立在一定假设前提下预测直径分布的进一步发展。然而其假设合理与否直接影响到动态预测精度,未来的模型应尽可能少地基于假设,而应尽可能多地应用广泛的可靠性试验资料<sup>[3]</sup>。就参数预测和参数回收而言,Hyink 和 Moser<sup>[4]</sup>提出,与其用经验函数预估分布参数,倒不如用以胸径分布表示的林分特征值来“恢复”参数。进入 80 年代以后,研究直径分布模型时,参数回收模型几乎替代了参数预估模型<sup>[5]</sup>。然而新近的研究表明,就是用最合适的概率密度函数来预测直径分布,其合格率仅为 50% 左右。如此低的合格率是难以满足精确评估生产力的需要。因此,有必要开辟新的研究途径,建立新的预测体系。

本研究以我国重要用材树种杉木为例,旨在探索林分直径结构的数学表达及其预测方法。

1994—09—30 收稿。

惠刚盈副研究员,盛炜彤(中国林业科学研究院林业研究所 北京 100091)。

\* 本研究得到“八五”国家攻关专题“杉木建筑材优化栽培模式”及中国林科院基金课题“疏伐对林分直径结构影响的定量研究”的资助。唐守正研究员审阅了全文并提出宝贵意见,在此表示感谢。

## 2 林分直径分布预测方法

### 2.1 林分直径分布的数学表达

利用累加生成、标准化数据处理方法将林分直径分布原始数据化成(0,1]区间的数列。这个数列在很大程度上体现了大小不同的林木在林分中的态势。这样,可将大小不同的林木分布规律理解为生物种群分布问题,那么,就可以从生态学中生物种群分布的角度考察林分直径分布的规律性。

考虑直径的累计频率  $F(X)$ , 设频率的增加量  $dF/dX$  正比于累计频率并且受到最大频率的限制, 那么, 频率分布函数  $F$  的微分方程可以写成:

$$dF/dX = bF(1 - F/c) \quad (1)$$

这正是著名的 Logistic 方程<sup>[6]</sup>。其积分形式是:

$$F = c/(1 + e^{a-bX}) \quad (2)$$

这里,  $a, b, c$  为参数, 其中  $c$  为  $F$  的上界,  $X$ —直径,  $F$ —相对累计频率。

### 2.2 林分直径分布预测

实现林分直径分布的预测, 实质上是通过表征林分直径分布特征的关键点对直径分布参数的回收即对(2)式  $a, b$  参数的回收。关于参数  $c$ , 由于  $c$  是  $F$  的上界, 显然数据经以上方法处理后,  $F$  的最大值是 1, 故  $c \approx 1$ , 这样(2)式可简化为:

$$F = 1/(1 + e^{a-bX}) \quad (3)$$

由于 Logistic 方程以拐点为对称<sup>[7]</sup>, 可见, 拐点坐标为其关键点。方程(3)的拐点坐标为  $(a/b, 1/2)$ 。由此得,  $F=1/2$ ,

$$X_{F=0.5} = a/b \quad (4)$$

亦即在拐点处,  $a$  与  $b$  是倍数关系即  $a = bX_{F=0.5}$ 。

在曲线上任一点,  $a$  与  $b$  的关系, 设  $(X_i, F_i)$  为曲线上的任一点, 代入(3)式为:

$$F_i = 1/(e^{a-bX_i}) \quad (5)$$

整理后得  $a = \ln(1/F_i - 1) + bX_i$  (6)

(6)式表明, 在曲线上任一点(除拐点而外),  $a$  与  $b$  是直线关系。如设  $F_i = 0.9$  时, 则(6)式变为:

$$a = -2.19722 + bX_{F_i=0.9} \quad (7)$$

由(4), (7)式可见, 只要  $X_{F=0.5}$  和  $X_{F=0.9}$  的值已知,  $a, b$  便可求出。然后将计算的  $a, b$  值代入(3), 即可求出任一径阶( $X$ )的相对累计频率( $F_X$ )。各径级的株数( $n_X$ )可通过下式计算:

$$n_X = N(F_{X+l} - F_X) \quad (8)$$

式中,  $N$ —单位面积株数(株/hm<sup>2</sup>),  $l$ —径阶距(cm)。

方程(3)、(4)、(7)、(8)可以实现林分直径分布的预测。当然, 只要建立了林分直径生长方程, 亦可以对直径结构进行动态模拟。

关于最小直径  $D_{\min}$  和最大直径  $D_{\max}$  的确定: 在实际应用时, 不可能出现直径过大或过小的数, 故可以采用下述近似办法:

一般取  $D_{\max} = X_{\max}$ , 其中  $X_{\max}$  满足  $(N-0.5)/N = 1/(1 + e^{a-bX_{\max}})$ ;  $D_{\min} = X_{\min}$ , 其中,  $X_{\min}$  满足  $0.5/N = 1/(1 + e^{a-bX_{\min}})$ 。

为便于叙述,将以上方法称为 L-PRM(Logistic-Parameter recovery model)。

### 3 L-PRM 在杉木人工林中的应用

#### 3.1 Logistic 方程表征林分直径分布的效果

杉木(*Cunninghamia lanceolata* (Lamb.) Hook.)分布广,有三带、五区之分<sup>[8]</sup>。此次收集的材料来源于中带东区、武功山之余脉——大岗山。共收集 129 块样地,其中,样地面积为 400~1 000 m<sup>2</sup>,年龄范围为 6~25 a,密度范围为 900~9 000 株/hm<sup>2</sup>,立地指数在 12~20 之间。首先对所收集的材料,按本研究所提到的数据处理方法,用 Logistic 方程拟合,结果相关系数均在 0.97 以上,高者可达 0.999 9。方程参数的变化范围为:*a*(4.509 54~16.230 85);*b*(0.442~1.279 8);*c*(1.000 44~1.009 659)。其典型的结果如图 1 所示。

可见,Logistic 方程可对林分直径分布作恰当的描述。

#### 3.2 *Dg* 与 $X_{F=0.5}$ 、 $X_{F=0.9}$ 之间的关系

要想利用 L-PRM 进行林分直径分布预测,首先要解决  $X_{F=0.5}$  与  $X_{F=0.9}$  的预估。林分断面积平均直径 *Dg* 是表示林分特征的最为关键的因子,因此在一般的林分调查中都要计算这个值。所以我们将通过 *Dg* 来预估  $X_{F=0.5}$  和  $X_{F=0.9}$ 。在林分调查中,一般不统计  $X_{F=0.5}$  和  $X_{F=0.9}$ ,但当分布已知时,它是可以从相对累积频率曲线上反查得知,将反查出的  $X_{F=0.5}$  和

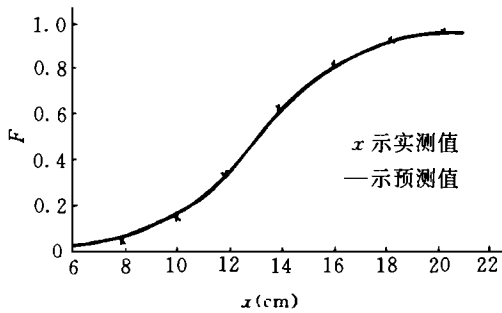


图 1 Logistic 方程表征林分直径分布的典型结果

$X_{F=0.9}$  的值,分别与对应的 *Dg* 建立相关关系。结果表明,无论是  $X_{F=0.5}$  还是  $X_{F=0.9}$  均与 *Dg* 存在极为紧密的幂函数关系,相关系数均在 0.99 以上,其相关式如下:

$$X_{F=0.5} = 0.887\ 9Dg^{1.015\ 67} \quad (R=0.997, n=129)$$

$$X_{F=0.9} = 1.333\ 5Dg^{0.956\ 95} \quad (R=0.996, n=129)$$

因此,可通过林分断面积平均直径 *Dg* 来预估  $X_{F=0.5}$  和  $X_{F=0.9}$ 。

#### 3.3 L-PRM 之应用验证

利用 L-PRM 方法,对 51 块样地的林分直径分布进行了预估,并对其结果进行了柯尔莫哥洛夫检验,显著水平取为 95%。其结果见表 1。

由表 1 可见,54 块样地中,有 6 块样地的  $D_n$  值大于  $D_{n(0.05)}$ ,这表明用 L-PRM 预估林分直径分布的合格率达 88% 以上。

### 4 结 论

从生物种群分布的角度考察了林分直径结构,建立了林分直径分布模型。从中得出以下三点重要结论:

(1)林分直径分布可用生物种群动态模型 Logistic 方程作恰当描述。

(2)参数回收模型(L-PRM)在杉木人工林中得到验证,表明 L-PRM 可对林分直径分布进行预测。

(3)若建立了林分断面积平均直径的生长方程,L-PRM 就可实现对林分直径分布的动态模拟。

表1 54块样地预测值与实际值比较结果

样地株数	Dg	a	b	D <sub>n</sub>	D <sub>n(t,0.05)</sub>	样地株数	Dg	a	b	D <sub>n</sub>	D <sub>n(t,0.05)</sub>
192	13.70	7.63	0.602 3	0.140	0.098	96	12.40	7.44	0.649 4	0.077	0.139
150	17.38	8.14	0.504 3	0.040	0.111	106	13.50	7.60	0.609 0	0.020	0.132
149	16.39	8.01	0.526 7	0.122	0.111	120	12.20	7.41	0.657 5	0.053	0.124
155	17.48	8.15	0.502 2	0.020	0.109	120	12.60	7.47	0.641 6	0.054	0.124
167	15.99	7.96	0.536 5	0.029	0.105	114	13.20	7.56	0.619 4	0.043	0.127
173	15.66	7.91	0.544 9	0.037	0.103	134	11.60	7.31	0.683 2	0.064	0.117
202	14.35	7.73	0.581 7	0.041	0.096	118	11.70	7.33	0.678 7	0.073	0.125
209	14.80	7.79	0.568 4	0.040	0.094	86	13.80	7.65	0.599 0	0.071	0.147
125	18.75	8.31	0.476 9	0.040	0.122	86	13.90	7.66	0.595 8	0.061	0.147
154	18.05	8.22	0.490 4	0.073	0.110	61	15.10	7.83	0.559 9	0.051	0.174
206	12.50	7.45	0.645 5	0.099	0.095	82	13.60	7.62	0.605 6	0.095	0.150
195	15.18	7.84	0.557 7	0.056	0.097	85	14.20	7.71	0.586 3	0.075	0.148
116	20.75	8.56	0.442 8	0.057	0.126	90	14.00	7.68	0.592 6	0.082	0.143
111	17.85	8.20	0.494 5	0.260	0.129	98	13.70	7.63	0.602 3	0.045	0.137
157	18.16	8.24	0.488 2	0.053	0.109	100	14.50	7.75	0.577 2	0.035	0.136
125	19.32	8.38	0.466 5	0.046	0.122	89	14.90	7.81	0.565 5	0.046	0.144
124	17.33	8.13	0.505 4	0.035	0.122	90	15.00	7.82	0.562 7	0.067	0.143
172	15.26	7.86	0.555 5	0.102	0.104	89	11.90	7.36	0.670 0	0.164	0.144
105	13.20	7.56	0.619 4	0.057	0.133	99	14.10	7.69	0.589 4	0.070	0.137
95	14.00	7.68	0.592 6	0.081	0.140	101	14.30	7.72	0.583 2	0.029	0.135
98	13.10	7.54	0.623 0	0.104	0.137	85	14.20	7.71	0.586 3	0.076	0.148
95	13.70	7.63	0.602 3	0.054	0.140	130	12.80	7.50	0.634 0	0.076	0.119
67	15.80	7.93	0.541 3	0.074	0.166	116	12.50	7.45	0.645 5	0.049	0.126
111	12.40	7.44	0.649 4	0.080	0.129	90	13.40	7.59	0.612 4	0.134	0.143
113	12.20	7.41	0.657 5	0.064	0.128	86	11.80	7.34	0.674 3	0.154	0.147
110	12.40	7.44	0.649 4	0.059	0.130	107	10.80	7.18	0.721 5	0.074	0.131
131	12.70	7.48	0.637 8	0.045	0.119	91	11.10	7.23	0.706 5	0.106	0.143

### 参 考 文 献

- 1 Wenk G, Antanaitis V, Smelko S. Waldertragslehre. Berlin;Deutscher Landwirtschaftsverlag Berlin, 1990,189~203.
- 2 孟宪宇. 削度方程和林分直径结构在编制材种表中的重要意义. 北京林业大学学报,1991,13(2):17~18.
- 3 Pretzsch H. Konzeption und Konstruktion von Wuchsmodellen fuer Rein-und Mischbestaende. Forstliche Forschungsberichte Muenchen. Nr. 115,1992.
- 4 Hyink D M, Moser J W. A generalized framework for projecting forest yield and stand structure using diameter distributions. Forest Sci.,1983,29(1):85~95.
- 5 邱水文. 林木直径分布收获模型综述. 华东森林经理,1991,5(2):30~31.
- 6 李文灿. 对 Logistic 方程的再认识. 北京林业大学学报,1990,12(2):121~127.
- 7 李秋元,孟德顺. Logistic 曲线的性质及其在植物生长分析的应用. 西北林学院学报,1993,8(3):81~86.
- 8 吴中伦. 杉木. 北京:中国林业出版社,1984. 309~333.

## Study on Stand Diameter Structure Model

*Hui Gangying Sheng Weitong*

**Abstract** Combined theoretical analysis with actual tests, a new prediction method (L-PRM) for stand diameter distribution is presented. The method takes the distributed law of different trees in stand as a question of biological interpopulation distribution, and stand diameter distribution is expressed by means of the famous logistic equation——interpopulation dynamic model. The prediction can be made by the two-point recovery and difference restoration. The results proved to be satisfactory after the examination in *Cunninghamia lanceolata* forest.

**Key words** diameter structure model, logistic equation, *Cunninghamia lanceolata* forest

---

Hui Gangying, Associate Professor, Sheng Weitong (The Research Institute of Forestry, CAF Beijing 100091).