

# 用全林整体模型计算林分纯生长量的方法及精度分析\*

唐守正 李希菲

**摘要** 全林整体生长模型对总蓄积的估计与对生长量的估计是相容的,可以用来计算林分生长率。基于全林整体模型和马什假设的名义年龄法是一种估算林分类型纯生长量的好方法,本文详细介绍了此法的计算步骤。大青山实验局两个树种的实验表明,此法给出生长率的无偏估计。对一个林分类型生长率的估计,其精度大致相当于1~4个固定样地的估计精度。因而特别适于对含有多种林分类型林区综合生长率的估计。

**关键词** 纯生长量、模型、林分、名义年龄

林分生长量是研究林分生长规律,确定营林措施的重要依据,根据计算林分生长量时所包含成分的不同,把林分生长量分为毛生长量,纯生长量,净生长量等<sup>[1]</sup>。纯生长量是指未经外界干扰,林分自然状态下的生长量,定义为:间隔期内林分立木总材积生长量减去枯损量,是一种重要的生长量指标。调查林分纯生长量较困难,最精确的方法被认为是复测没有外界干扰的固定标准地,但需较长时间。另一种方法是采用临时样地,定期测量活立木直径生长及枯损量,再计算该样地的纯生长量。此法的难点是难以确定哪株树是在此期内死亡,且直径生长量测量误差又较大,这两种方法只能计算过去的生长量。

林分生长量和林分年龄、密度、立地质量有关,但即使在三者都相同的林分内,样地调查生长量的随机差异也很大,下文将算出0.06 hm<sup>2</sup>样地生长率的标准差约0.02~0.03。为了保证某一类型林分(即同年龄,同密度,同立地质量的林分)生长率的误差不大于0.01,也需要16~36个0.06 hm<sup>2</sup>的样地。

早在1962年,Buckman<sup>[2]</sup>已注意到林分生长量的估测应和林分蓄积量的估测相容,即林分逐年生长量之和等于当前蓄积量。Sullivan和Clutter<sup>[3]</sup>曾得到一个同时估计生长量和蓄积量的模型。Clutter<sup>[4]</sup>系统地总结了这个问题。由此明确了用生长模型来估计林分生长量的方法。一个完善的林分生长模型,应能估计不同年龄、密度、立地林分的未来蓄积量和生长量。唐守正<sup>[5]</sup>提出的全林整体模型具有这种性质,并根据全林整体模型,提出名义年龄法计算纯生长量的原理。李希菲等<sup>[6]</sup>给出了大青山实验局主要树种全林整体模型的参数。本文以大青山实验局马尾松(*Pinus massoniana* Lamb.),杉木(*Cunninghamia lanceolata* (Lamb.) Hook.)为例,详细介绍该法的计算步骤,并验证其精度。

1995-01-04 收稿。

唐守正研究员,李希菲(中国林业科学研究院资源信息研究所 北京 100091)。

\* 本文获1992年国家自然科学基金“我国主要人工用材林生长模型,经营模型和优化控制”课题资助。

## 1 资料来源和模型参数

1990年3~4月在大青山实验局机械布设74个马尾松固定样地和44个杉木固定样地。样地面积0.06 hm<sup>2</sup>,于1992年9~10月,1994年3~4月复测。1992年未经人为干涉的杉木固定样地22个,到1994年,仅剩11个。而未经人为干涉的马尾松固定样地仅剩45个。

利用1990年数据建立了杉木和马尾松的全林生长模型<sup>[5]</sup>。由于1994年所剩未经人为干涉的杉木固定样地太少,用1992年10月复测的杉木样地验证了名义年龄法计算的杉木生长率。用1994年复测的马尾松数据,验证了名义年龄法计算的马尾松生长率,以避免间隔期太短造成的误差。由于到1992年10月,实际上已经过了3个生长期,故杉木按3a的平均生长率,马尾松按4a的平均生长率进行比较。

全林整体模型及马尾松参数如下:

(1)优势高  $HU$  和平均高  $H$  模型(对偶形式)

$$HU = c_1 + c_2 \cdot H; c_1 = 0.971; c_2 = 1.063$$

(2)优势高  $HU$  和立地指数  $L$  模型(对偶形式)

$$HU = L \cdot \exp(b/20 - b/T); T \text{——年龄}, b = 7.716$$

(3)密度指数  $S$  和公顷株数  $N$ ,直径  $D$  模型

$$S = N \cdot (D/20)^\beta; \beta = 1.73$$

(4)断面积  $G$  模型

$$G = b_1 \cdot L^2 \cdot \{1 - \exp[-b_4 \cdot (S/1000)^{b_5} \cdot (T - t_0)]\}^{b_3}, (t_0 = 2)$$

$$b_1 = 30.1204; b_2 = 0.177138; b_3 = 0.199976; b_4 = 0.00524946; b_5 = 4.957446$$

(5)自稀疏模型

$$\ln(N) = \ln(Sf) - \ln[(D/20)^{\beta \cdot \gamma} + \delta] / \gamma$$

$$Sf = 1.665; \beta = 1.73; \gamma = 2.50; \delta \text{——林分初始条件所定(不用)}$$

(6)形数  $F$  模型

$$F = a_1 + a_2 / (H + a_3); a_1 = 0.36445; a_2 = 1.94272; a_3 = 2$$

(7)蓄积  $M$  模型

$$M = F \cdot H \cdot G$$

## 2 根据全林整体模型,用名义年龄法计算林分生长率

若已测得某林分  $T_1$  年的平均高  $H_1$ ,断面积平均胸径  $D_1$ ,公顷株数  $N_1$ ,公顷断面积  $G_1$ ,公顷蓄积  $M_1$ .要计算  $A$  年后的预估蓄积量  $M_2$  和平均连年纯生长率

$$P = 2(M_2 - M_1) / (M_2 + M_1) / A$$

现用一个实例,介绍名义年龄法<sup>[5]</sup>的计算步骤。

例:1990年实测某马尾松林(样地号332),林龄  $T_1 = 12$  a,平均高  $H_1 = 11.0$  m,断面积平均胸径  $D_1 = 12.9$  cm,公顷株数  $N_1 = 1017$  株,公顷断面积  $G_1 = 13.29$  m<sup>2</sup>,公顷蓄积  $M_1 = 75.13$  m<sup>3</sup>。欲求1990~1994年的纯生长率,计算步骤如下:

(1)算优势高  $HU_1$  和立地指数  $L$ :

$$HU_1 = c_1 + c_2 \cdot H_1 = 12.66; L = HU_1 \cdot \exp(b/T_1 - b/20) = 16.37$$

$$(2) \text{算 } T_1 \text{ 年密度指数: } S_1 = N_1 \cdot (D_1/20)^b = 476.28$$

(3) 计算 1990 年的名义年龄  $T_{m_1}$  和 1994 年(即  $A=4$ )的名义年龄  $T_{m_2}$ :

$$T_{m_1} = t_0 - \ln[1 - (G_1/b_1/L^{b_1})^{(1/b_1)}] / b_1 / (S_1/1000)^{b_1} = 12.59$$

$$T_{m_2} = T_{m_1} + 4 = 16.59$$

$$(4) \text{算形数 } F_1: F_1 = M_1 / (G_1 \cdot H_1) = 0.5139$$

(5) 算  $T_{m_2}$  时的密度指数  $S_2$ : 解非线性方程(1)得到  $S_2$  (其它参数和变量皆已知)

$$S_2 = S_1 [(S_1^f - S_2^f) / (S_1^f - S_1^f)]^{(2-\beta)/\beta} \cdot [G(S_2, T_{m_2}) / G_1]^{\beta/2} \quad (1)$$

其中  $G(S_2, T_2)$  是断面积生长模型

$$G(S_2, T_{m_2}) = b_1 \cdot L^{b_1} \cdot \{1 - \exp[-b_4 \cdot (S_2/1000)^{b_4} \cdot (T_{m_2} - t_0)]\}^{b_3} \quad (2)$$

方程(1)可用迭代法( $S_1$  为初值)解出  $S_2$ 。即先令  $S_{20} = S_1$  代入方程(1)的右端的  $S_2$  算出左端的  $S_2$ , 记为  $S_{21}$ , 再把  $S_{21}$  代入(1)式右端, 得到左端的  $S_{22}$ , …… , 如此继续, 得到一序列  $S_{21}, S_{22}, S_{23}, \dots$ , 此序列收敛到  $S_2^{[6]}$ 。本例  $S_2 = 680.4$

(6) 由断面积模型计算  $T_{m_2}$  (1994 年)的断面积  $G_2$ :

$$G_2 = G(S_2, T_{m_2}) = 20.17; \quad \text{其中 } G(S_2, T_{m_2}) \text{ 就是(2)式。}$$

(7) 计算 1994 年( $T_2 = T_1 + A = 16$ )时的优势高  $HU_2$  和平均高  $H_2$

$$HU_2 = L \cdot \exp(-b/T_2 + b/20) = 14.86; \quad H_2 = (HU_2 - c_1) / c_2 = 13.07$$

(8) 计算  $T_2$  时的形高  $FH_2$ :

$$FH_2 = H_2 \cdot F_1 + a_2 \cdot H_2(H_2 - H_1) / (H_2 + a_3) / (H_1 + a_3) = 6.4483$$

(9) 计算 1994 年蓄积  $M_2$ :  $M_2 = G_2 \cdot FH_2 = 130.06$

(10) 计算生长率  $P$ :  $P = 2(M_2 - M_1) / (M_2 + M_1) / A = 0.1339$

由此可见全林整体模型可以计算任意条件林分纯生长率。

### 3 固定样地实测同类型生长率的误差分析

由于抽样和量测误差, 用小面积固定样地复测法来估计同类型林分(同树种、年龄、密度、立地)的纯生长率, 也存在较大的随机误差。表 1 列出了可选到的 4 对同类型马尾松林分固定样地中 1990~1994 年的实测纯生长率, 可见其生长率的变化幅度是较大的。

表 1 大青山马尾松同类型固定样地  
4 a 实测纯生长率比较

年龄 (a)	密度	立地 指数	样地号	生长率	标准差
13	2500	12	411	0.1107	0.023
			410	0.1567	
26	520	14	210	0.0928	0.007
			218	0.0788	
26	820	20	331	0.0297	0.012
			327	0.0544	
27	480	18	340	0.0111	0.030
			333	0.0708	

由于无足够的同类型重复固定样地, 因而把样地按年龄、密度、立地尽可能细地分组, 采用各组观测数目不同的方差分析方法来估计同类型内固定样地实测生长率的组内标准差(即剩余误差均方的平方根)。马尾松按年龄 2 a, 密度指数 200, 立地指数 2 m 分组, 杉木按年龄 2 a, 密度指数 300, 立地指数 3 m 分组(由于样本数所限, 无法再细分)。用广义方差分析<sup>[7]</sup>, 得到表 2、3。其结果不但说明, 生长率和年龄关系最大, 并与密度及立地

有关,而且表明,可由剩余均方估出同类型林分,固定样地实测纯生长率的标准差。马尾松实测纯生长率标准差 $=\text{SQR}(0.000\ 359\ 9)=0.019$ ,杉木实测纯生长率标准差 $=\text{SQR}(0.000\ 889\ 9)=0.030$ ,与表1数字相差不多。

表2 马尾松生长率方差分析

误差来源	离差平方和	自由度	均方	F值	显著性
年龄	0.041 846	8	0.005 231	14.531	**
密度	0.003 150	4	0.000 788	2.188	*
立地	0.003 119	6	0.000 520	1.444	
剩余误差	0.009 359	26	0.000 360		
合计	0.057 474	44			

注:\*示90%显著;\*\*示95%显著。

表3 杉木生长率方差分析

误差来源	离差平方和	自由度	均方	F值	显著性
年龄	0.092 233	8	0.011 529	12.954	**
密度	0.016 285	4	0.004 071	4.575	**
立地	0.018 793	3	0.006 264	7.039	**
剩余误差	0.005 340	6	0.000 890		
合计	0.132 651	21			

注:\*\*示95%显著。

#### 4 用名义年龄法计算类型平均纯生长率误差分析

采用成对比较法和模型适应性检验法来估计名义年龄法计算类型平均纯生长率的误差。令 $X_i$ 表示名义年龄法计算的第 $i$ 样地纯生长率, $Y_i$ 表示第 $i$ 样地实测的纯生长率。

##### 4.1 成对比较

令 $Z_i=Y_i-X_i$ ,表示第 $i$ 样地两种生长率之差。成对比较法检验零假设 $Z=0$ ,检验的统计量为: $t=Z \cdot \text{sqr}(N-1)/S_z$ 。

其中 $N$ 为样本数, $S_z$ 为 $Z$ 的标准差。 $t$ 服从自由度 $N-1$ 的学生氏分布。表4列出计算结果。

表4 名义年龄法生长率 $X$ 与实测生长率 $Y$ 比较

树种	样本数	$X$ 平均	$Y$ 平均	$Z$ 平均	$Z$ 标准差	$Z$ 方差	$t$ 值
马尾松	45	0.068 4	0.073 1	0.004 7	0.021 1	0.000 446 2	1.48
杉木	22	0.096 5	0.104 9	0.008 4	0.041 5	0.001 724 7	0.93

表4说明两个树种两种方法得到的生长率平均数无显著差异。马尾松45个样地平均生长率之差不到0.005,杉木22个样地平均生长率之差不到0.009,就平均生长率来讲,已是相当好的精度。

##### 4.2 模型适应性检验

不仅要求模型准确地估计总平均数,更要求其能准确地估计各类型林分的平均生长率,可采用回归方程模型适应性检验法,检查各样地估计值是否有偏。做回归方程 $Y=A+B \cdot X$ ,检验零假设 $A=0$ 且 $B=1$ 。检验结果如表5。

表5 模型适应性检验

树种	样本数	相关系数	F值	余方差	余标准差
马尾松	45	0.85	1.09	0.000 445 8	0.021 1
杉木	22	0.87	1.21	0.001 602 0	0.040 0

结果说明用名义年龄法计算的类型平均生长率和实测样地没有显著系统误差。还可以进一步估计每种类型林分模型估计值的标准差。

设林分共有 $K$ 个类型,每个类型设置了 $N$ 个样地。 $Y_{ij}$ 表示第 $i$ 类型第 $j$ 样地实测生长率, $X_i$ 表示第 $i$ 类型模型估计生长量值, $TY_i$ 表示第 $i$ 类型生长量真值。 $Y_i$ 表示第 $i$ 类型实测平均

值,因为:  $\frac{1}{KN} \sum \sum (Y_{ij} - X_i)^2 = \frac{1}{KN} \sum \sum (Y_{ij} - Y_i)^2 - \frac{1}{KN} \sum \sum (Y_{ij} - Y_i) \cdot (X_i - Y_i) + \frac{1}{KN} \sum \sum (X_i - Y_i)^2$ 。当  $N \rightarrow \infty$  时,上述方程右端第一项趋向  $S_y^2$  (实测生长率方差),第二项趋向 0,第三项趋向  $S_x^2$  (估计生长率方差),左端趋向  $S_z^2 (Z=Y-X) (Z=Y-X)$  (实测与估计值之差的方差)。因此  $S_x^2 = S_z^2 - S_y^2$

由表 2 和表 4 得到:

马尾松  $S_x^2 = 0.000\ 446\ 2 - 0.000\ 359\ 9 = 0.000\ 086\ 3$ ;  $S_x = 0.009\ 3$

杉木  $S_x^2 = 0.001\ 724\ 5 - 0.000\ 889\ 9 = 0.000\ 834\ 6$ ;  $S_x = 0.028\ 9$

这里估算的数字说明名义年龄法对一个类型平均生长率估计的精度高过一个固定样地对该类型平均生长率的估计精度(对照表 2,3)。马尾松由 76 个样地建立的模型,4 年平均,精度较高,对于估计一种林分类型的生长率,模型精度大致相当 4 个样地对该类型生长率的估计精度。杉木 44 个样地建立的模型,3 年平均,精度稍低,模型精度大致相当 1 个样地的估计精度。当估计由较多类型林分组成的林区的综合生长率时,模型方法可以达到较好精度。例如,均匀分布的 25 个马尾松类型,名义年龄法估计的综合生长率抽样误差不大于  $2 \times 0.009\ 3 / \sqrt{25} = 0.003\ 7$ ,再加上系统误差,总误差不大于  $0.004\ 7^2 + 0.003\ 7^2 = 0.006\ 0$  (95% 可靠性)。同样,均匀分布的 25 个杉木类型,名义年龄法估计的综合生长率抽样误差不大于  $2 \times 0.028\ 9 / \sqrt{25} = 0.011\ 56$ ,总误差不大于  $0.008\ 4^2 + 0.011\ 56^2 = 0.014\ 3$ 。

## 5 结论

一个好的林分生长模型,对总蓄积的估计与对生长量的估计应该是相容的。这样的生长模型可以用来计算林分生长率,名义年龄法是基于马什假设<sup>[9]</sup>的一种方法。只要林分生长模型没有系统误差,这种估计方法也不产生系统误差。大青山实验表明,对一个林分类型生长率的估计,这种方法的估计精度,大致相当于 1~4 个固定样地,因而对多种类型林分组成的林区,是一种估计综合生长率的好方法。

## 参 考 文 献

- 1 北京林业大学. 测树学. 北京:中国林业出版社,1987. 1~344.
- 2 Clutter J L. Timber management. New York: Jon Wiley and Sons, 1983. 1~340.
- 3 Buckman R E. Growth and yield of red pine in Minnesota. USDA. Tech. Bull. . 1962, 1272.
- 4 Sullivan A D, Clutter J L. A simultaneous growth and yield model for loblolly pine. For. Sci. , 1972, 18: 76~86.
- 5 唐守正. 广西大青山马尾松全林整体生长模型及其应用. 林业科学研究, 1991, 4(增刊): 8~13.
- 6 李希菲, 唐守正. 大青山实验局主要树种(组)全林整体模型及精度验证. 林业科学研究, 1991, 4(增刊): 382~389.
- 7 郎奎健, 唐守正. IBMPC 系列程序集. 北京:中国林业出版社, 1986. 1~549.
- 8 唐守正. 同龄林自稀疏规律的研究. 林业科学, 1993, 29(3): 234~241.
- 9 奥尔德. 森林材积估测和收获预估, 卷 2-收获预估. 罗马:联合国粮农组织, 1980. 1~193.

## Precision Analysis on Growth Rates Estimated by Integrated Whole Stand Growth and Yield Model

*Tang Shouzheng Li Xifei*

**Abstract** Integrated whole stand growth and yield model (ISGM) is such a model that its estimate of growth is compatible with the estimate of yield. Any model like this can be used to predict the growth rate of the stand. The nominal age method which is based on ISGM and Marsh hypothesis is a good method to predict the net growth rate of the stand. The calculation approach of this method is stated step by step in this paper. This method has been used to estimate the growth rates of two tree species in Daqingshan Experimental Bureau and the result is promising. This method can get unbiased estimate of growth rates. Accuracy of this method for one type of stands is equivalent to the accuracy for investigating 1~4 permanent plots. Therefore, this method is suitable for estimating general growth rate of many types of stands in an area.

**Key words** net growth rate, model, stands, nominal age

---

Tang Shouzheng, Professor, Li Xifei (The Research Institute of Forest Resources Information and Technique, CAF Beijing 100091).