林业科学研究 1996,9(1):37~40
Forest Research

Sloboda 树高生长模型及其在杉木人工林中的应用*

惠刚盈 盛炜彤

摘要 简要介绍了德国著名生物统计学家 B. Sloboda 的树高生长模型。本研究将该方程应用于杉木人工林的优势高生长模拟中,获得良好的模拟效果。分析结果认为,用 Sloboda 树高生长方程拟合多形指数曲线,不会导致指数年龄时的树高与指数级不符的矛盾,同时能确保拐点参数的生物意义,并且用非线型二乘法解方程参数时不需要做任何特殊处理。

关键词 树高生长模型、Sloboda 方程、多形地位指数曲线

优势高是林分最重要的特征。由于优势高生长与林分密度关系较小,而与立地质量关系较大,所以常将其视为评定立地质量的综合指标[1]。此外,在模拟林分生长动态时,常将优势高作为独立变量引入其它模型[2]。故优势高生长预估,属于林分生长与收获模拟中的首要问题。

1 问题的提出

优势高生长的大小取决于立地质量的优劣。所以,考虑优势高生长时必须明确立地条件。通常情况下,一个立地指数对应一条树高生长曲线,然而不同立地指数上的树高生长曲线不是独立存在的,从而就有同形与多形之别。从理论上讲,多形曲线较调匀曲线(同形曲线)更合理[3]。然而目前所构造的多形曲线模型或建模方法不满足描述树高生长曲线族(地位指数曲线族)的特性。也就是说,所构建的模型不是根据树高曲线族的特性和数学分析手段推导而来的。从而常常导致在标准年龄(指数年龄)时的树高值与地位指数值不一致的矛盾[4],同时亦难以确保拐点参数所表示的生物意义。

可见,林分生长与收获模拟中的最基本问题——优势高生长模型在我国并未得到圆满解决。故有必要对此作进一步的深入研究。

2 生长模型概述

森林生长研究的中心任务之一是研究树木或林分的生长规律[5]。生物学家使用曲线描述及分析生长资料时,所面临的问题是[6]:如何选择一个适当的生长函数式;如何推算函数式的参数;如何对算出的实验式加以解释及应用。

生长函数式必须能够表征各种生长行为的机制,遵循一条光滑的"S"型曲线。对于树高生

1995—07—08 收稿。
惠刚盈副研究员,盛炜彤(中国林业科学研究院林业研究所 北京 100091)。
* 本研究得到"八五"国家攻关专题"杉木建筑材优化栽培模式"的资助。

长曲线族(地位指数曲线族)来讲应满足[5]:①O 点具结点的特性,各曲线应有共同的起始点。同时,X 轴为所有曲线的切线;②每条曲线具有各自的拐点,且由这些拐点可组成一条(x,y)曲线(近似为一条双曲线);③每条曲线具有各自的渐近线,且均于 X 轴平行;④通过任意一点(x,y)只有唯一的一条曲线(即曲线之间不相交)。

目前描述生物有机体生长的著名微分方程如 Bertalanfy、Chapman-Richards、Gompertz 和 Logistic 以及 Korf 等等,对于描述树木有机体(树高、胸径、材积等)的生长比较恰当,但用以描述树高生长曲线族则不适宜[5]。

如微分方程——Bertalanfy:

$$dy/dx = ny^{2/3} - ky \tag{1}$$

(1)式属贝努利微分方程类,其积分通式为

$$y = (n/k + c \cdot \exp(-k/3x))^3 \tag{2}$$

由此得出,仅有一条唯一的曲线通过初始点(0,0)。这与上述条件①不符。其它 Chapman-Richards、Gompertz 和 Logistic 方程均属此类。

再如微分方程——Korf:

$$dy/dx = by/x^a \tag{3}$$

其积分形式为

$$y = c \cdot \exp(b/(a-1)x^{(a-1)}) \tag{4}$$

此方程只有在拐点轨迹与 Y 轴平行时才能得到满意的结果(即同形曲线),这不符合上述条件②。但必须指出,Korf 方程能很好地拟合树木的树高、胸径等生长曲线(非曲线族)[5]。

综上所述,可见,前述著名方程就其本身来讲,不满足描述树高生长曲线族的特性,从而出现了以前述方程等为基础的、再参数化的构建地位指数曲线族的方法。这样一来又导致了本文一开始提出的问题。看来,有必要重新查阅科学档案,以择其有效途径。

3 Sloboda 树高生长方程

德国著名生物统计学家 B. Sloboda[5]根据上述条件①~④,利用数学分析手段,推导出了如下树高生长微分方程:

$$dy/dx = by/x^a \ln(d/y) \tag{5}$$

在此,a,b,d 为参数,且 $a>1$,b、$d>0$

其积分形式是

$$y = d \cdot \exp(-c) \cdot \exp(b/(a-1)x^{(a-1)}) \tag{6}$$

式中,y——树高,x——年龄,c——积分常数,它可由给定条件确定。
根据地位指数的定义即标准年龄(X_s)时,林分优势木所能达到的高度(SI)。
这样,(6)式可写为:

$$SI = d \cdot \exp\{(-c) \cdot \exp[b/(a-1)X_s^{(a-1)}]\} \tag{7}$$

所以,

$$-c = \ln(SI/d)/\{\exp[b/(a-1)X_s^{(a-1)}]\} \tag{8}$$

由(8)式可见,c 由立地条件确定。即不同地位指数有不同的 c。

可将(8)式代入(6)式，得

$$y=d(SI/d)\exp\{-b/[(a-1)X_t^{(a-1)}]+b/[(a-1)X^{(a-1)}]\} \quad (9)$$

此即为树高生长曲线族(地位指数曲线族)方程。

由方程(9)可知，若 $x=X_t$，则有 $y=SI$。这意味着，用方程(9)作为多形指数模型时，将不会产生标准年龄时树高值与指数值不一致的矛盾。再分析方程(9)能否确保拐点所表示的生物意义：

令方程(9)的二价导数为零，便得到：

$$y = d/\exp(1)\cdot\exp(-a/bx^{(a-1)}) \quad (10)$$

(10) 式表明，y 愈大、x 愈小，生物意义即立地条件愈高，生长愈好(y 值愈大)，拐点来得愈早(x 愈小)；反之，y 愈小，x 愈大，生物意义即立地条件愈差，生长愈差，拐点出现的愈迟。这充分反映了好的立地速生期到来得早的生物学规律[1]。

可见，Sloboda 树高生长方程完全克服了现有多形地位指数曲线研究中的种种矛盾。它是一个很好的描述树高生长的理论方程。

4　Sloboda 树高生长方程在杉木人工林中的应用结果

应用方程(9)拟合不同立地上树高生长曲线时，首先应给出模拟树种的标准年龄。众多的研究表明[3,4]，杉木标准年龄(X_t)为 20 a。下面用在江西大岗山所调查的 52 株杉木优势木树干解析数据来拟合方程(9)。其拟合结果为：

$$y=96.68(\frac{SI}{96.68})\exp[-0.469/(0.033X_t^{0.033})+0.469/(0.033X^{0.033})] \quad (9)$$

$$(n=438,\ R^2=0.957,\ S_{yx}^2=0.97)$$

即为江西大岗山杉木人工林优势高生长模型亦即为多形指数曲线模型。

图 1 显示了不同指数级杉木优势高生长过程，图 2 显示了不同指数级杉木优势高连年生长过程。

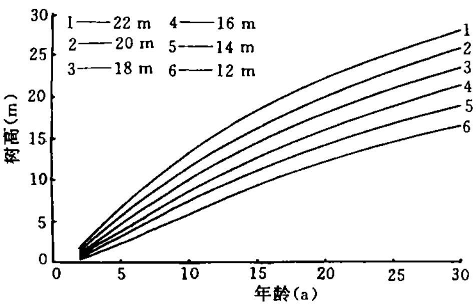

图 1　不同指数级优势高生长过程

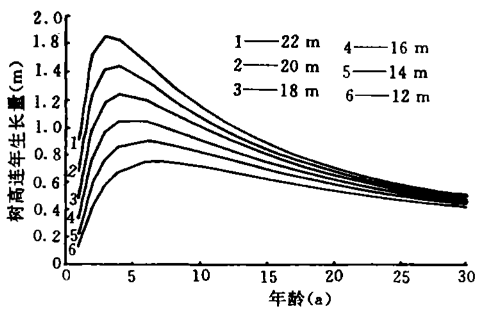

图 2　不同指数级优势高连年生长过程

不同指数级上的杉木优势高生长(图 1)的拐点即连年生长的高峰期(图 2)，随地位指数由高(22 m)到低(12 m)依次为 3～7 a，这一结果符合杉木生长的实际。可见，Sloboda 树高生长方程能恰当地表达杉木人工林的优势高生长过程。

5 结 论

Sloboda 树高生长方程解决了目前在多形曲线研究过程中存在的问题。也就是说，用 Sloboda 树高生长方程拟合多形指数曲线，绝不会导致指数年龄时的树高与指数级不符的矛盾，同时能确保拐点参数的生物意义，并且用非线型二乘法解方程参数时不需要做任何特殊处理。本研究将该方程应用于杉木人工林生长模拟，获得良好的模拟效果($n=438$，$R^2=0.957$，$S^2_{yx}=0.97$)。因此，可以认为，Sloboda 树高生长方程不仅有完善的理论基础，而且有良好的实际应用效果。

参 考 文 献

1 Kramer H. Waldwachstumslehre. Hamburg und Berlin: Paul Parey, 1988. 55.

2 惠刚盈，盛炜彤，Gadow K V，等. 杉木人工林收获模型系统的研究. 林业科学研究，1994，7(4):353～358.

3 南方十四省(区)杉木栽培科研协作组. 全国杉木地位指数表的编制与应用. 林业科学，1982，18(3):266～277.

4 骆期邦，吴志德，蒋菊生，等. Richards 函数拟合多形地位指数模型的研究. 林业科学研究，1989，2(6):534～539.

5 Sloboda B. Zur Darstellung von Wachstumsprozessen mit Hilfe von Differentialgleichungen erster Ordnung. Mitteilungen der Baden-Wuerttembergischen Forstlichen Versuchs-und Forschungsanstalt, 1971, 32:1～109.

6 杨荣启，冯丰隆. 史纳德生长函数式台湾人工林林分结构分析上之应用. 中华林学季刊，1989，22(3):3～17.

Sloboda Height Growth Model and Its Application on Chinese Fir Plantation

Hui Gangying Sheng Weitong

Abstract A famous German biostatistician, B. Sloboda's height growth model was introduced briefly. It is considered that the Sloboda height growth model has both an improved theorical basis and a satisfactory application effects.

Key words height growth model, Sloboda equation, polymorphic site index curve

Hui Gangying, Associate Professor, Sheng Weitong (The Research Institute of Forestry, CAF Beijing 100091).