林业科学研究 1998, 11(5): 537～541
Forest Research

Logistic 分布预测林分直径结构的研究*

王明亮　　孙德宙

关键词　Logistic 分布　林分直径结构　同龄纯林

著名的 Logistic 方程作为生物种群动态模型和生长曲线方程, 在生态学和林学中得到了广泛应用; 但它作为一种概率分布函数, 却一直鲜为人知。

林学上, 对林分直径分布的研究, 从 60 年代以后, 开始采用分布函数来描述林分的直径结构情况。如正态分布、对数正态分布、Gamma 分布、Beta 分布和 SB 分布以及被广泛使用的 Weibull 分布。但是 Logistic 分布[1,2] 却一直没有得到重视, 没能在林分直径结构模型中得到应用。直到 1995 年, 才开始把 Logistic 方程应用到直径结构的研究中[3]: 从生态学生物种群分布的角度, 论证了可用 Logistic 方程来表示林分直径分布; 采用两点回收、差分还原的途径实现林分结构的预测即 L-PRM 预测体系。

本文从分布的角度阐述 Logistic 分布模拟和预测林分直径结构的可能, 建立其对林分直径分布的预测方法。

1　Logistic 分布

1.1　定义[2]

定义: 若随机变量 X 的分布函数为: $$L(x;a,b)=\frac{1}{1+\exp\left[\frac{-(x-a)}{b}\right]} \tag{1.1}$$

(式中: $-\infty<x<+\infty, -\infty<a<+\infty, b>0$)

则称 x 服从参数为 a 和 b 的 Logistic 分布, 记作 $x\sim L(a,b)$。

当 $a=0, b=1$ 时, (1.1) 成为 $$L(x;a,b)=\frac{1}{1+\exp(-x)} \tag{1.2}$$

它称为标准的 Logistic 分布。

将 $L(x;a,b)$ 对 x 微分, 求得分布密度:

$$L(x;a,b)=\frac{\exp\left[\frac{-(x-a)}{b}\right]}{b\left\{1+\exp\left[\frac{-(x-a)}{b}\right]\right\}^2} \tag{1.3}$$

1.2　性质[1,2]

性质 1: 若 $x\sim L(0,1)$, $y=bx+a$, 则 $y\sim L(a,b)$。根据这个性质, $L(a,b)$ 分布的许多性质可化为标准形 $L(0,1)$ 去讨论。

1998—05—20 收稿。

王明亮研究实习员(中国林业科学研究院资源信息研究所　北京　100091); 孙德宙(中国林业科学研究院林业研究所)。

* 本文为 "八五" 国家攻关专题 "日本落叶松纸浆与建筑材栽培模式的研究" 部分内容。

性质2: $L(x;a,b)$ 的图形如图1所示，可见关于 $x=a$ 对称；b 越小曲线越陡，b 越大曲线越平坦。a 为位置参数，b 为尺度参数。

性质3: 设 $x \sim L(a,b)$，则 $E(x)=a$，$Var(x)=b^2/3$，$r_1=0$，$r_2=1.2$。其中偏斜系数 r_1 和峰态系数 r_2 不依赖于 a 和 b。

性质4: $L(x;a,b)$ 存在拐点为 $(a, 1/2)$。

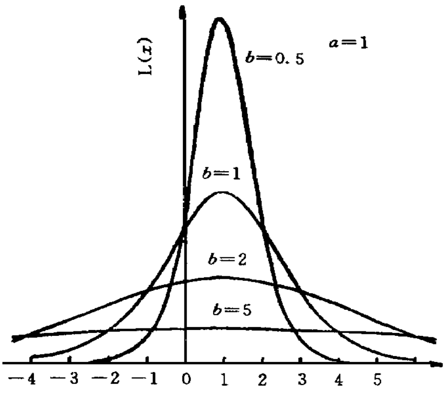

图1 Logistic 分布密度

1.3 与 Logistic 方程的关系

Logistic 方程的一般形式为：$y=\dfrac{c}{1+\exp(a'-b'x)}$，当应用于林分直径分布模型时，上限参数 $c=1$，形式为：$y=\dfrac{1}{1+\exp(a'-b'x)}$ (1.4)

而 Logistic 分布的一般形式为：
$$y=\frac{1}{1+\exp\left[\dfrac{-(x-a)}{b}\right]} \qquad (1.5)$$

尽管两者在数学上等价，其参数关系为：$a'=a/b$，$b'=1/b$ 或者 $a=a'/b'$，$b=1/b'$，但是在描述林分直径分布时，两者的参数意义不同。

2 Logistic 分布拟合及预测林分直径分布可行性的分析

若以 Logistic 分布拟合林分直径分布，应该有：$0<x<+\infty$，$0<a<+\infty$，$b>0$。x 表示林木直径（径阶）。意即以 Logistic 分布的截尾形式来模拟林分直径分布。

文献[4]指出，在正常生长条件下，可认为同龄纯林直径结构近似遵从正态分布。而由 Logistic 分布的性质，可以看出 Logistic 分布与正态分布有很大程度的类似：两者都是对称性分布，分布参数的意义殆同等。这意味着 Logistic 分布同样可能用以描述同龄纯林直径分布。当然，判断某理论分布能否用于模拟林分直径分布，除了对其理论上的分析外，关键看其对实际林分直径分布的拟合效果。在此假定 Logistic 分布适用于拟合林分直径分布，重点考虑该分布预测林分直径分布的可行性。

Logistic 分布属于（位置参数、尺度参数）分布的范畴，所以对其它（位置参数、尺度参数）分布如正态分布、Weibull 分布等的研究可以借鉴到对 Logistic 分布的讨论和研究。并且，由于 Logistic 分布与正态分布有很大程度的类似，所以，对正态分布等的研究结果都可以借鉴到对 Logistic 分布的讨论和研究。

由性质4可知：当 $x=a$ 时，$F(x; a, b)=1/2$；又由性质3可知，a 为随机变量 x 的数学期望。所以从林学上讲，参数 a 表示了累积分布概率为1/2所对应的林木直径（径阶）并且表示林分算术平均直径（当然，由于是分布的截尾形式，这种关系只能是近似地），它应该与表征林分直径结构最重要的因子——断面积平均直径 D_g 有着很紧密的相关关系。b 作为尺度参数，表现了分布的陡缓程度，它从直径生长的变异角度体现了林木分化情况。一般地，b 随着林龄增大而增加，其原因系由于林龄愈大直径生长变异增加，从而造成直径分布范围也就愈广。众多的研究[5,6]表明，b 与林分断面积平均直径 D_g 也有比较密切的相关关系且呈正相

关。

Schumacher 和 Meyer[7] 在用正态分布来描述同龄林直径分布的研究中就表明: 正态分布的两参数即直径期望值(μ)和直径标准差(σ)可通过林分平均直径进行估计。仓田吉雄应用正态分布进行人工扁柏林直径分布的研究中指出: 平均直径遵从 Mitscherlich 法则生长, 而直径标准差(σ)与平均直径(μ)有直线关系($\sigma = 2.11 + 0.072\mu$)[7]。

而 Logistic 分布与正态分布有很大程度的类似。所以可以认为: Schumacher、Meyer、仓田吉雄的研究成果从很大程度上支持 Logistic 分布可用于预测林分直径分布, 并且类似地有: $a = a_0 + a_1 Dg$, $b = b_0 + b_1 Dg$。

因而, 可建立 Logistic 分布对林分直径结构的预测模型:

$$F(x) = \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{-(x-a)}{b}\right]} \tag{2.1}$$

$$a = a_0 + a_1 Dg \tag{2.2}$$

$$b = b_0 + b_1 Dg \tag{2.3}$$

式中 a_0, a_1, b_0, b_1 为参数, $F(x)$ 为直径或径阶 x 所对应的累积概率。

或者由(2.1)、(2.2)和(2.3)式写为如下形式:

$$F(x) = \frac{1}{1 + \exp\left\{\frac{-[x - (a_0 + a_1 Dg)]}{b_0 + b_1 Dg}\right\}} \tag{2.4}$$

3 Logistic 分布应用于落叶松人工林

3.1 材料来源

材料来源于湖北省日本落叶松[*Larix kaempferi* (Lamb.) Carr.] 人工纯林, 共收集 29 块样地, 样地内每木检尺。样地情况见表 1。

3.2 Logistic 分布的拟合效果

评价某一分布对林分实际直径分布的拟合效果, 可以采用 χ^2 检验[2]。

对每一样地, 分别径阶(径阶距取 2) 统计林木株数, 求出各径阶对应的累积频率。采用非线性回归技术拟合 Logistic 分布(分布函数), 对各样地进行直径分布的 χ^2 检验, 结果见表 1。29 块样地中仅有 2 块样地不符合 Logistic 分布, 通过率为 93.1%, 这表明用 Logistic 分布模拟人工落叶松林分直径分布效果良好。

3.3 建立落叶松人工林直径分布的 Logistic 分布预测模型

由前述, 参数 a、b 与林分平均直径 Dg 应该存在密切的线性相关关系。在此给以验证: 画出 a、b 与 Dg 的散点图, 见图 2; 由线性回归确定其相关关系式, 均通过了回归显著性检验, 见表 2(散点图及线性回归都没有包含不符合 Logistic 分布的两块样地)。可以认为参数 a、b 与林分平均直径 Dg 关系紧密, 并且参数 a 较之参数 b 与 Dg 的线性关系更为密切。得到落叶松人工林直径分布的预测模型, 形式如(2.4)式。

因材料所限, 未考察该模型对落叶松人工林直径分布的预测效果。但通过对位置参数 a 和尺度参数 b 与林分平均直径 Dg 之间线性关系的验证, 已有力证明了该预测模型的有效性。

表 1 落叶松样地情况及 **Logistic** 分布的拟合结果

面积	林龄(a)	株数	Dg	a	b	χ^2	面积	林龄(a)	株数	Dg	a	b	χ^2
400	10	80	10.00	8.988 8	1.123 8	0.578	600	12	77	13.80	12.817 1	0.970 1	1.810
600	9	154	9.00	8.681 9	1.358 8	2.055	600	13	80	13.60	12.590 3	1.079 4	1.061
600	11	132	11.00	9.950 8	1.207 5	3.574	600	12	83	13.00	12.000 4	0.994 4	2.320
700	31	25	30.70	29.398 0	4.107 5	18.645*	600	14	108	13.60	12.422 1	1.254 0	4.604
600	7	190	5.70	4.742 2	0.664 9	0	600	14	123	12.70	11.662 1	1.076 4	4.448
400	10	74	9.20	8.076 7	1.385 4	2.229	600	11	87	12.70	11.658 0	1.298 1	1.638
600	30	50	21.60	20.369 5	2.153 0	6.943	600	15	102	13.80	12.520 7	1.420 1	1.982
600	30	45	20.40	19.159 9	1.859 4	2.002	600	15	104	12.60	11.756 5	1.211 6	1.919
600	15	65	16.60	15.343 4	1.409 7	3.162	600	15	103	13.80	12.782 4	1.571 9	3.125
600	15	83	13.90	12.614 7	1.485 3	1.896	600	16	118	12.40	11.140 3	1.297 0	1.606
600	14	74	14.45	13.060 5	2.008 2	5.573	600	14	81	14.20	13.074 3	1.339 4	5.030
600	14	75	14.00	12.803 8	1.458 6	2.325	600	14	82	14.00	13.463 2	1.683 8	4.096
600	15	90	14.90	13.575 4	1.585 3	4.152	600	13	94	14.40	13.257 4	1.068 0	1.073
600	15	82	14.80	13.907 4	1.652 5	1.144	600	13	108	13.90	13.050 2	1.026 6	7.503*
750	14	64	16.10	14.781 1	1.661 9	5.626							

注: χ^2 统计量栏, * 示差别显著,余则不显著(显著水平取 95%)。

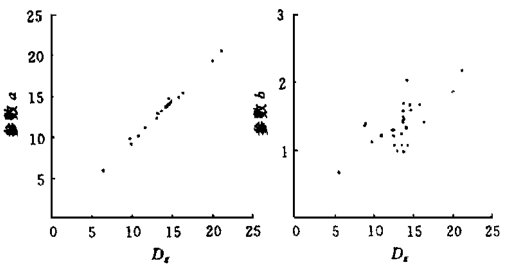

图 2 参数 a 与 Dg、b 与 Dg 的散点图

表 2 落叶松分布参数 a、b 与 Dg 的线性相关关系

相关关系式	相关指数 R^2
$a = -0.629\,027 + 0.967\,057Dg$	0.995
$b = 0.371\,824 + 0.074\,374Dg$	0.484

4 小结和讨论

(1) 从分布的角度,阐述了 Logistic 分布用于模拟和预测同龄纯林直径结构的可能性; 建立了以Logistic 分布为基础的林分直径分布的预测体系。

(2) 理论上, 鉴于 Logistic 方程为 Richards 方程的特例, 因此 Richards 方程(最大值参数取 1)也应可能应用于林分直径分布的研究,这正如Weibull 分布函数应用到林分生长方面。这方面已有研究结果, 详见内藤、石川、郑小贤的研究, 见参考文献[8]。

(3) 与其它分布如正态分布、Weibull 分布等的比较: 笔者作了初步的研究,就本文数据材料,正态分布的拟合效果略优于 Logistic 分布,两者均优于 Weibull 分布。但 Logistic 分布较之正态分布有一很明显的优点在于前者存在初等的分布函数形式。有待于进一步研究。

(4) Logistic 分布属于对称分布的范畴,适于描述生长正常的、偏度在一定范围的同龄纯林直径分布; 对于偏度较大的林分直径分布则不适合。

参 考 文 献

1 Patel J K, Kapadia C H, Owen D B. Handbook of statistical distributions, Marcel Dukker, Inc. , 1976. 37, 115, 220.

2 方开泰, 许建伦编著. 统计分布. 北京: 科学出版社, 1987. 267～271, 283～284.

3 惠刚盈, 盛炜彤. 林分直径结构模型的研究. 林业科学研究, 1995, 8(2): 127～131.

4 孟宪宇主编. 测树学. 北京: 中国林业出版社, 1996. 67.

5 李荣伟. 韦布尔函数模拟同龄林分直径分布的研究. 四川林业科技, 1986, 7(4): 1～10.

6 Nagel V J, Biging G S. Schätzung der Parameter der Weibullfunktion zur Generierung von Durchmesserverteilungen. Allg. Forst¬u. J. -Ztg. , 1995, 166, Jg. , 9～10.

7 邱水文. 林木直径分布收获模型综述. 华东森林经理, 1991, 5(2): 28～32.

8 南云秀次郎, 大隅真一等(郑小兵等译). 森林生长论. 北京: 中国林业出版社, 1994. 153.

Quantifying and Predicting Stand Diameter Structure with the Logistic Distribution

Wang Mingliang Sun Dezhou

Abstract The possibility of applying the Logistic distribution: $F(x)=\dfrac{1}{1+\exp\left[\dfrac{-(x-a)}{b}\right]}$ to quantify and predict diameter distributions for even-aged pure stands was discussed from the distribution point of view. Results of analyses show that the relationship between parameter a, b and stand quadratic mean diameter Dg could be expressed as linear forms as following: $a=a_0+a_1Dg$, $b=b_0+b_1Dg$ and then the predicting model for stand diameter distribution was constructed: $F(x)=\dfrac{1}{1+\exp\left\{\dfrac{-[x-(a_0+a_1Dg)]}{b_0+b_1Dg}\right\}}$ (note: $a, b, a', b', a_0, a_1, b_0, b_1$ are parameters, $F(x)$ is the cumulative frequency corresponding to diameter x).

Key words Logistic distribution stand diameter structure even-aged pure stand

---

Wang Mingliang, Assistant Engineer (The Research Institute of Forest Resources Information and Technique, CAF Beijing 100091).