

基于非线性混合模型的东北兴安落叶松树高和直径生长模拟

姜立春, 杜书立

(东北林业大学林学院, 黑龙江 哈尔滨 150040)

摘要:以黑龙江省带岭林业局大青川林场 80 株人工兴安落叶松解析木数据为例,采用 Richards 生长模型作为基础模型,利用 S-PLUS 软件中的 NLME 过程,分别拟合非线性树高和直径生长模型。采用 AIC、BIC、对数似然值和似然比检验等模型评价统计指标对不同模型的精度进行比较分析。结果表明:当对树高-年龄关系进行拟合时, b_1 、 b_3 同时作为混合参数时模型拟合最好;当对直径-年龄关系进行拟合时, b_1 、 b_3 同时作为混合参数时模型拟合最好。把相关性结构包括一阶自回归结构 AR(1)、一阶移动平均结构 MA(1) 及一阶自回归与移动平均结构 [ARMA(1,1)] 加入到树高和直径最优混合模型中,一阶自回归结构 AR(1) 显著提高了树高混合模型的拟合精度,一阶移动平均结构 MA(1) 显著提高了直径混合模型的拟合精度。模型检验结果表明:混合模型通过校正随机参数值能提高模型的预测精度。因此,混合模型在应用上不但能反映树高和直径的平均预测趋势,还能用方差协方差结构和误差相关性结构校正随机参数来反映个体之间的差异。

关键词:单木生长模型;非线性混合模型;时间序列相关结构;兴安落叶松

中图分类号:S711

文献标识码:A

Height and Diameter Growth Modeling of Dahurian Larch Based on Nonlinear Mixed Model in Northeastern China

JIANG Li-chun, DU Shu-li

(College of Forestry, Northeast Forestry University, Harbin 150040, Heilongjiang, China)

Abstract: With the stem analysis data based on 80 sample trees from dahurian larch (*Larix gmelinii* Rupr.) plantations located in Daqingchuan Forestry Center of Dailing Forest Bureau in Heilongjiang Province, the Richards growth model was selected to model the height/age and diameter/age relationships of dahurian larch using NLME procedure of S-PLUS. Evaluation statistics, such as AIC, BIC, Log Likelihood and likelihood ratio test were used for precision analyzing and comparing of different models. The results indicated that Richards model with parameters b_1 and b_3 as mixed effects showed the best performance for both height-age relationships and diameter-age relationships. Correlation structures including first-order autoregressive correlation structure AR(1), moving average correlation structure MA(1) and autoregressive-moving average correlation structure [ARMA(1,1)] were incorporated into the optimal height and diameter mixed models. AR(1) significantly improved the precision of mixed height model and MA(1) significantly improved the precision of mixed diameter model. Model validation showed that the mixed model with calibration of random parameters could improve the precision of prediction. Therefore, the application of the mixed model showed not only the mean trends of height and diameter prediction, but also the individual difference by calibrating random parameters using variance-covariance structure and correlation structure.

收稿日期:2011-03-20

基金项目:国家自然科学基金(30972363)、林业公益性行业科研专项(20100426)和黑龙江省科技厅留学归国资助项目(LC2009C08)的部分研究内容。

Key words: individual tree growth model; nonlinear mixed model; time series correlation structure; *Larix gmelinii*

单木模型是以个体树木的生长信息为基础,从林木生长的竞争机制出发,模拟林分内不同大小树木的生长过程模型^[1-5]。单木生长模型是研究森林生长变化规律及预估单木生长量、收获量的基础手段,也是间接预测单木生物量和碳含量动态变化的主要工具之一。建立单木生长模型的方法有生长分析法、经验方程法、变量代换法及生长量修正法等^[6-7]。多数学者采用生长模型,如 Logistic、Richards、Korf、Gompertz、Mitscherlich 等基本模型及引入林木竞争指标来模拟林木生长因子的变化。

混合模型是近代发展起来的新的统计方法,主要应用于分组数据,如纵向数据、重复测量数据及多变量多层数据。这种方法广泛应用于农业、生物、生态、生物医学、社会学、经济学和药物动力学等领域。近年来混合模型在树木生长模型上得到广泛应用。Fang 等^[8]针对美国南部湿地松(*Pinus elliottii* Engelm.)的优势木高提出了两阶段非线性混合模型的建模体系。该模型体系考虑了不同经营措施和样地的随机效应,从随机参数确定、方差协方差结构、校正方差异质性函数、时间序列函数等方面阐述了非线性混合模型的建模步骤,并采用计算公式和实例进行了详细说明。从计算方法和理论上完善了混合模型构建体系。Calegario 等^[9]基于 Logistic 模型为巴西无性繁殖桉树(*Eucalyptus* sp.)人工林构造了非线性混合优势木高生长模型。该模型考虑了样地 and 不同无性繁殖组合随机效应,结果表明,混合模型描述桉树优势木高具有灵活性、准确性和精确性。Nothdurft 等^[10]模拟了德国挪威云杉(*Picea abies* (L.) Karst.)树高生长混合模型,结果表明,考虑随机效应和方差-协方差结构的混合模型方法比传统方法预测精度高。近年来混合模型在国内林业生长模型上也得到了应用,李永慈等^[11]基于变化后的苏马克模型和 Logistic 模型,利用 SAS 软件的 MIXED

和 NLMIXED 过程建立了不同初植密度的杉木(*Cunninghamia lanceolata* (Lamb.) Hook.)树高生长模型。李春明等^[12]基于变化后的 Richards 模型和 Logistic 模型,利用 SAS 软件的 NLMIXED 过程建立了不同区组的杉木林优势木平均高生长模型。

本文以兴安落叶松(*Larix gmelini* (Rupr.) Rupr.)人工林为研究对象,选择 Richards 生长模型为基本模型,利用 S-PLUS 软件的 NLME 模块建立树高和直径非线性混合模型,并对混合效应模型中随机参数值的矫正进行探讨,然后对混合效应模型与传统模型拟合效果进行检验及比较分析。

1 数据与方法

1.1 数据

用来建立模型的数据来自黑龙江省带岭林业局大青川林场的 20 块落叶松人工林样地。样地面积为 0.04 hm²,实测样地林木的胸径和树高。在每块样地内选取 4 株标准木进行伐倒木测定。测定因子包括:胸径、树高、第一活枝高和第一死枝高、树冠长度和冠幅以及圆盘解析。圆盘解析采用中央断面面积区分法进行。其中树高在 15 m(含 15 m)以上者按 2 m 区分;树高在 14.9 m 以下者按 1 m 区分。测量各区分段梢头和梢底直径及中央位置处的带皮和去皮直径。在胸高处和在各区分处,截取 3 cm 厚的圆盘。在圆盘的非工作面上标明南北向。在实验室将圆盘工作面刨光,并通过髓心划出东西、南北 2 条直线,然后查数各圆盘上的年轮个数。用直尺测量每个圆盘东西、南北 2 条直线上各龄阶的直径,取平均值即为该龄阶的直径。树龄与各圆盘的年轮个数之差,即为林木生长到该断面高度所需要的年数。从 20 块样地中选择 5 块样地即 20 株样木数据作为本研究的验证数据,其余 15 块样地即 60 株样木数据作为拟合数据,具体见表 1。

表 1 落叶松人工林样木调查因子统计量

数据类型	变量	平均值	最小值	最大值	标准差	变动系数
建模数据($n = 60$)	年龄/a	24.15	17.00	37.00	7.62	31.55
	直径/cm	14.71	7.45	25.52	4.97	33.83
	树高/m	14.35	7.60	23.70	4.85	33.80
	冠幅/m	4.19	2.40	6.65	0.92	22.05
	冠长/m	8.00	4.50	13.80	2.17	27.09
	检验数据($n = 20$)	年龄/a	26.04	17.00	37.00	8.05
直径/cm		15.15	7.58	23.40	4.55	30.04
树高/m		15.62	9.20	23.50	4.74	30.32
冠幅/m		4.06	2.75	6.65	1.12	27.66
冠长/m		7.83	4.65	13.80	2.06	26.36

1.2 方法

1.2.1 基础模型 非线性生长模型选择林业上常用的 Richards 模型,其模型形式:

$$y = b_1 [1 - \exp(-b_2 t)]^{b_3} + \varepsilon \quad (1)$$

式中: y 为林木生长因子,代表胸径或树高; t 为年龄; b_1 、 b_2 、 b_3 为模型待定参数; ε 为模型的误差项。

在基本模型基础上构建混合模型,混合模型中包含固定参数、随机参数和方差协方差结构,混合模型的构建需要以下3个步骤:

(1)确定参数效应。混合模型构建过程中最重要的一步是确定参数效应,即哪个参数为固定参数,哪个参数为混合参数,Pinheiro 等^[13]建议如果模型能收敛,首先应把模型中所有参数看成是混合参数,然后将不同随机参数组合的模型进行拟合,利用 AIC、BIC、Log Likelihood 及似然比检验等统计量指标对模型的拟合优度进行比较。本文按照此方法进行随机效应参数确定。

(2)确定方差协方差结构(R_i)。本文所使用的生长数据是与时间相关的,为了确定方差协方差结构,必须解决误差相关性和异方差问题。本研究采用一阶自回归模型 AR(1)、一阶移动平均模型 MA(1)及一阶自回归与移动平均模型[ARMA(1, 1)]来解决样地内误差相关性。目前,在统计和林业上基本都采用式(2)来描述^[14]:

$$R_i = \sigma^2 G_i^{0.5} \Gamma_i G_i^{0.5} \quad (2)$$

式中: σ^2 指模型的残差方差值, Γ_i 为时间序列相关结构,即描述同一树木内不同测量值相关性, G_i 为描述方差异质性的对角矩阵。

(3)确定随机效应的方差协方差结构(D)。树木间的方差协方差结构反映了树木间的变化。本研究检验了林业上4种常用的方差协方差结构,包括无结构(UN)、复合对称(CS)、对角矩阵(Diagonal matrix)、广义正定矩阵(General positive - definite matrix)^[15]。

1.2.2 模型评价和检验指标 拟合和检验结果通过以下统计量和指标评价:绝对误差(Bias)、均方根误差(RMSE)、确定系数(R^2)。

$$Bias = \frac{\left| \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{y}_{ij}) \right|}{n} \quad (3)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2}{n - 1}} \quad (4)$$

$$R^2 = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y})^2} \right] \quad (5)$$

其中: y_{ij} 为观测值, \hat{y}_{ij} 为预测值, \bar{y} 为观测值的平均值, n_i 为树木内观察值数量, m 为样地数, n 为样本数。

1.2.3 模型检验 模型的独立性检验采用建模时未使用的独立样本(检验样木)数据,对所确定模型的预测性能进行综合评价。混合效应模型中固定效应部分的检验与传统的检验方法相同。然而,随机效应部分的检验需要二次抽样来计算随机参数值。本研究使用式(6)来计算随机参数 b_k ^[16]:

$$\hat{b}_k \approx \hat{D} \hat{Z}_k^T (\hat{Z}_k \hat{D} \hat{Z}_k^T + \hat{R}_k)^{-1} \hat{e}_k \quad (6)$$

式中: \hat{D} 为随机效应参数的方差协方差矩阵, \hat{R}_k 为树木内方差协方差结构, \hat{Z}_k 为设计矩阵, \hat{e}_k 为实际值减去用固定效应参数计算的预测值。

2 结果与分析

2.1 树高拟合结果

通常确定参数效应和随机效应的方差协方差结构需同时进行,首先把随机效应的方差协方差结构设为广义正定矩阵(General positive - definite matrix),把样地作为随机效应的分类变量,利用 S - Plus 软件的 NLME 模块对模型(1)的不同随机参数组合进行拟合。利用 AIC、BIC、Log Likelihood 及似然比检验等统计量指标对模型的拟合优度进行比较。拟合结果见表2。可以看出,混合模型模拟收敛的情况共有6种,6次模拟结果的 AIC 和 BIC 值都比基于最小二乘法的模型值小。当只考虑1个随机参数时,模拟1的 AIC 和 BIC 值最小。当只考虑2个随机参数时,模拟5的 AIC 和 BIC 最小。为了避免过多参数化问题的产生,还要对不同混合模型进行显著性检验,即利用 LRT 和 P 值进行方差分析,如 P 值小于 0.05 即认为差异显著。本文主要对具有代表性的基本模型、模拟1、模拟5进行似然比检验,检验结果表明基本模型和模拟1有显著不同($P < 0.0001$),模拟1和模拟5有显著不同($P < 0.0001$)。综合以上分析,模拟5拟合效果是最好的,相对于最小二乘法和其它的模拟结果,模拟5也有显著不同。然后又测试了其它3种方差协方差结构:无结构(UN)、复合对称(CS)、对角矩阵。广义正定矩阵结构始终显示了最高的拟合精度。因此,把随机效应具有广义正定矩阵结构的混合模型选为

树高生长最优混合模型。随机效应(b_1, b_3)的方差协方差结构如下:

$$W = \begin{bmatrix} \sigma_{b_1}^2 & \sigma_{b_1 b_3} \\ \sigma_{b_1 b_3} & \sigma_{b_3}^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: $\sigma_{b_1}^2$ 为随机参数 b_1 的方差, $\sigma_{b_3}^2$ 为随机参数 b_3 的方差, $\sigma_{b_1 b_3}$ 为随机参数 b_1 和 b_3 的协方差。

表2 基于不同随机效应参数混合树高模型拟合结果比较

项目	混合参数	参数个数	AIC	BIC	Log-likelihood	LRT	P
最小二乘法	None	4	2 660.487 0	2 679.697 0	-1 326.244		
模拟1	b_1	5	2 361.953 0	2 385.964 0	-1 175.976 0	300.534 7	<0.000 1
模拟2	b_2	5	2 368.768 0	2 392.780 0	-1 179.384 0		
模拟3	b_3	5	2 404.948 0	2 428.960 0	-1 197.474 0		
模拟4	b_1, b_2	7	2 283.626 0	2 317.242 0	-1 134.813 0		
模拟5	b_1, b_3	7	2 257.148 0	2 290.764 0	-1 121.574 0	108.804 9	<0.000 1
模拟6	b_2, b_3	7	2 264.494 0	2 298.111 0	-1 125.247 0		
模拟7	b_1, b_2, b_3	10			不收敛		

2.2 直径拟合结果

与2.1的研究方法相同。把样地作为随机效应的分类变量和考虑不同随机参数的组合,对模型(1)的直径-年龄关系进行拟合,拟合结果见表3。可以看出,混合模型模拟收敛的情况共有5种,5次模拟结果的AIC和BIC值都比基于最小二乘法的模型值小。当只考虑1个随机参数时,模拟2的AIC和BIC值最小。当只考虑2个随机参数时,模拟5的AIC和BIC最小。基本模型、模拟2、模拟5似然

比检验结果表明:基本模型和模拟2有显著不同($P < 0.000 1$),模拟2和模拟5有显著不同($P < 0.000 1$)。综合以上分析,模拟5拟合效果是最好的,相对于最小二乘法和其它的模拟结果,模拟5也有显著不同。然后又测试了其它3种方差协方差结构:无结构(UN)、复合对称(CS)、对角矩阵。广义正定矩阵结构始终显示了最高的拟合精度。因此,把随机效应具有广义正定矩阵结构的混合模型选为直径生长最优混合模型。

表3 基于不同随机效应参数混合直径模型拟合结果比较

项目	混合参数	参数个数	AIC	BIC	Log-likelihood	LRT	P
最小二乘法	None	4	3 256.659 0	3 275.266 0	-1 624.330 0		
模拟1	b_1	5			不收敛		
模拟2	b_2	5	3 177.619 0	3 200.877 0	-1 583.809 0	81.040 7	<0.000 1
模拟3	b_3	5	3 195.043 0	3 218.301 0	-1 592.522 0		
模拟4	b_1, b_2	7	3 174.723 0	3 207.284 0	-1 580.361 0		
模拟5	b_1, b_3	7	3 173.975 0	3 206.536 0	-1 579.987 0	7.644 1	0.021 9
模拟6	b_2, b_3	7	3 177.499 0	3 210.060 0	-1 581.749		
模拟7	b_1, b_2, b_3	10			不收敛		

2.3 方差协方差结构

混合模型在参数效应确定后,还必须确定误差的异质性和误差相关性。通常判断误差的异质性主要通过残差分布图进行比较(图1,a为树高混合模型,b为直径混合模型)。从图1可以看出,树高和直径混合模型的残差分布显示了轻微的异方差性,主要体现在幼龄林阶段,但没有显示极不规则的形状,如喇叭状、抛物线状等。本研究也尝试了混合模型中常用的方差函数(幂函数和指数函数)来消除异方差现象,但没有取得理想的效果。因此异方差

的影响在本研究中不考虑,即 $R_i = \sigma^2 \Gamma_i I_i$ 。

为了表达树木内的误差相关性,本研究采用一阶自回归模型AR(1)、一阶移动平均模型MA(1)及一阶自回归与移动平均模型[ARMA(1,1)]来描述样地内误差相关性。把这3个函数分别加入以上所得树高和直径最优混合模型中。结果见表4。从表4可以看出,当尝试把[ARMA(1,1)]模型加入到树高混合模型中时,模型没有收敛。当把AR(1)和MA(1)模型加入到树高混合模型中时,都能显著提高树高混合模型的拟合效果。3个评价指标及似然

比检验都说明 AR(1) 更适合描述树高模型的误差相关性。当尝试把 AR(1) 和 [ARMA(1,1)] 模型加入到直径混合模型中时,模型没有收敛。当把 MA

(1) 模型加入到直径混合模型中时,3 个评价指标及似然比检验都说明 MA(1) 模型能显著提高直径混合模型的拟合效果。

表 4 基于不同时间序列函数混合模型拟合结果比较

项目	相关性结构	参数个数	AIC	BIC	Log-likelihood	LRT	P
树高	无	7	2 257.148 0	2 290.764 0	-1 121.574 0		
	AR(1)	8	736.942 0	775.362 0	-360.471 20	1 522.205 0	<0.000 1
	MA(1)	8	1 444.526 0	1 482.945 0	-714.262 8	814.621 9	<0.000 1
	ARMA(1, 1)	9			不收敛		
直径	无	7	3 173.975 0	3 206.536 0	-1 579.987 0		
	AR(1)	8			不收敛		
	MA(1)	8	2 592.111 0	2 629.323 0	1 288.055 0	583.864 1	<0.000 1
	ARMA(1, 1)	9			不收敛		

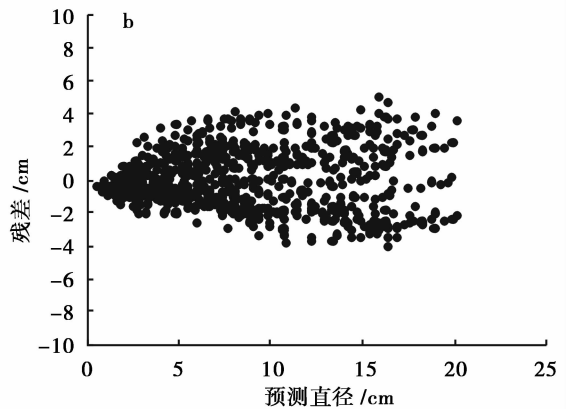
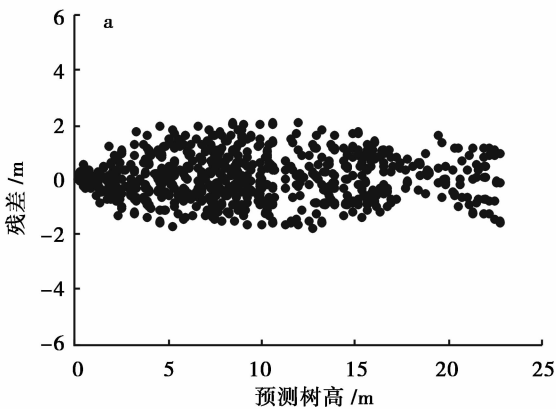


图 1 树高和直径混合模型的残差分布

2.4 模型评价

表 5 给出了树高和直径最优混合模型的固定参数估计值、随机参数的方差协方差组成、时间序列函数 AR(1) 和 MA(1) 的参数估计值,并给出了树高和直径最优混合模型与传统基本模型拟合统计量的比较。结果表明:无论考虑树高和直径拟合时,混合模型的确定系数大于基本模型的确定系数,而混合模型的绝对误差和均方根误差均小于基本模型的绝对误差和均方根误差,这些评价指标说明引入随机参数和时间序列函数提高了模型的拟合精度。

2.5 模型检验

混合模型中随机效应部分的检验需要计算随机参数值。用公式(6)计算随机参数值,具体计算采用 SAS 软件的 PROC IML 模块计算。最后利用绝对误差和均方根误差 2 个指标与传统的最小二乘法进行预测精度比较。检验结果如表 6。可以看出,树高和直径混合模型的绝对误差和均方根误差均小于基本模型的绝对误差和均方根误差,这些评价指标说明引入随机参数和时间序列函数提高了模型的预

测精度。

表 5 不同模型参数、方差估计值及拟合统计量

项目	参数	树高		直径	
		基本模型	混合模型	基本模型	混合模型
固定参数	b_1	38.976 1	20.740 4	20.442 9	20.195 9
	b_2	0.030 2	0.075 0	0.086 6	0.091 3
	b_3	1.281 0	1.735 2	2.304 5	2.462 0
方差组成	σ^2	1.119 1	0.867 6	3.908 8	2.273 7
	$\sigma_{b_1}^2$		14.302 7		3.729 0
	$\sigma_{b_3}^2$		0.086 2		0.098 8
	$\sigma_{b_1 b_3}$		0.981 7		0.294 5
	ρ		0.934 0		
	θ				0.728 4
	拟合统计量	$Bias$	0.823 2	0.662 8	1.571 1
	$RMSE$	1.056 2	0.854 0	1.973 2	1.775 1
	R^2	0.966 3	0.978 0	0.898 8	0.918 1

ρ 为 AR(1) 系数; θ 为 MA(1) 系数

表 6 基本模型和混合模型检验

项目	模型	Bias	RMSE
树高	基本模型	0.845 2	1.042 2
	混合模型	0.612 4	0.812 5
直径	基本模型	1.652 3	1.903 4
	混合模型	1.332 5	1.659 8

3 小结

本研究采用 S-Plus 的 NLME 模块建立了落叶松树高和直径生长混合模型。分别将不同随机参数组合的树高和直径模型进行拟合,利用 AIC、BIC、对数似然值及似然比检验评价非线性混合模型的效果表明,当对树高-年龄关系进行拟合时, b_1 、 b_3 同时作为混合参数时模型拟合最好;当对直径-年龄关系进行拟合时, b_1 、 b_3 同时作为混合参数时模型拟合最好。为了解决误差相关性问题,把时间序列函数包括一阶自回归模型 AR(1)、一阶移动平均模型 MA(1)及一阶自回归与移动平均模型[ARMA(1, 1)]加入到树高和直径最优混合模型中。一阶自回归模型 AR(1)显著提高了树高混合模型的精度。一阶移动平均模型 MA(1)显著提高了直径混合模型的精度。无论考虑树高还是直径的拟合,混合模型的拟合精度都比基本模型的拟合精度高。混合模型在应用上不但能反映总体树高和直径预测,还能通过方差协方差结构校正随机参数来反映个体预测,而传统的非线性回归分析只能反映总体平均变化规律。

树木生长受林分密度、立地条件、经营措施等多种因子的影响与制约,因此本文所构建的落叶松树高和直径生长模型仅适用于与本研究立地条件相似的地区。此外,由于样本量不足的问题,本研究没有同时考虑样地和样木 2 个水平的随机效应,随着数据的积累,这方面将进一步深入研究。

参考文献:

[1] 邓红兵,郝占庆,王庆礼,等. 红松单木高生长模型的研究[J]. 生态学杂志, 1999, 18(3): 19-22

[2] Huang S M, Titus S J. An individual tree height increment model for mixed white spruce - aspen stands in Alberta, Canada [J]. Forest

Ecology and Management, 1999, 123:41-53

[3] Wang G G, Huang S M. Height growth pattern of white spruce in natural subregions in Alberta, Canada [J]. Forest Ecology and Management, 1999, 134:271-279

[4] 黄家荣,万兆溟. 马尾松人工林与距离有关的单木模型研究[J]. 山地农业生物学报, 2000, 19(1):10-15

[5] 刘兆刚,李凤日,于金成. 落叶松人工林单木模型的研究[J]. 植物研究, 2003, 23(2):237-244

[6] 孟宪宇,张弘. 闽北杉木人工林单木模型[J]. 北京林业大学学报, 1996, 18(2):1-8

[7] 吕勇. 杉木人工林生长率模型的研究[J]. 林业科学, 2002, 38(1):146-149

[8] Fang Z, Bailey R L. Nonlinear mixed effects modeling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments [J]. Forest Science, 2001, 47:287-300

[9] Calegario N, Daniels R F, Maestri R, et al. Modeling dominant height growth based on nonlinear mixed-effects model: a clonal *Eucalyptus* plantation case study [J]. Forest Ecology and Management, 2005, 204:11-20

[10] Nothdurft A, Kublin E, Lappi J. A non-linear hierarchical mixed model to describe tree height growth [J]. European Journal Forest Research, 2006, 125:281-289

[11] 李永慈,唐守正. 用 Mixed 和 Nlmixed 过程建立混合生长模型[J]. 林业科学研究, 2004, 17(3):279-283

[12] 李春明,张会儒. 利用非线性混合模型模拟杉木林优势木平均高[J]. 林业科学, 2010, 46(3):89-95

[13] Pinheiro J C, Bates D M. Mixed-effects Models in S and S-PLUS [M]. Springer, New York, 2000

[14] Calama R, Montero G. Interregional nonlinear height-diameter model with random coefficients for stone pine in Spain [J]. Canadian Journal Forest Research, 2004, 34:150-163

[15] Jordan L, Daniels R F, Clark A, et al. Multilevel nonlinear mixed effects models for the modeling of earlywood and latewood microfibril angle [J]. Forest Science, 2005, 51(4):357-371

[16] Vonesh E F, Chinchilli V M. Linear and Nonlinear Models for the Analysis of Repeated Measurements [M]. Marcel Dekker, New York, 1997